

# TEMEL KAVRAMLAR



## Rakam

Çoklukları ifade etmek için tarih boyunca sayılar kullanılmıştır. Her çokluk için farklı bir sayı sembolü kullanılamayacağı için belirli adet sembol belirlenmiş, sayılar bu sembollerin yan yana getirilmesi ile ifade edilmiştir.

Sayıları ifade etmeye yarayan 10 luk sayı sistemindeki semboller yani rakamlar {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9} dur. Sayılar, rakamların yanyana getirilmesi ile oluşur.

### kavrama sorusu

Herhangi iki farklı rakamın toplamının en büyük değeri A, herhangi iki farklı rakamın farkının en büyük değeri B olsun, **A+B toplamını bulunuz.**

### çözüm

Herhangi iki farklı rakamın toplamının en büyük değeri,

$$A=9+8=17$$

Herhangi iki farklı rakamın farkının en büyük değeri,

$$B=9-0=9$$

$$A+B=17+9=26$$

**Cevap: 26**

### kavrama sorusu

a ve b birbirinden farklı rakamlar olmak üzere, a+3b toplamının alabileceği, **en büyük ve en küçük değerleri bulunuz.**

### çözüm

a+3b ifadesinin alabileceği en büyük değeri bulmak için katsayıları büyük olan değişkene büyük değer verilir.

$$a+3b=8+3.9=35 \text{ en büyük değeri}$$

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow \\ 8 & 9 \end{matrix}$$

a+3b ifadesinin alabileceği en küçük değeri bulmak için katsayıları büyük olan değişkene küçük değer verilir.

$$a+3b=1+3.0=1 \text{ en küçük değeri}$$

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow \\ 1 & 0 \end{matrix}$$

**Cevap: En büyük 35**

**En küçük 1**

### kavrama sorusu

a ve b birer rakam olmak üzere,

$$2a+b=6$$

eşitliğini sağlayan **kaç farklı a rakamı vardır, bulunuz.**

### çözüm

Bu tarz sorularda a ve b den birini eşitlikle yalnız bırakalım,

$$2a+b=6$$

$$2a=6-b$$

$$a=\frac{6}{2}-\frac{b}{2}$$

$a=3-\frac{b}{2}$  işleminin sonucunun rakam çıkması için b rakamının 2'nin katı olması gerekir.

$$b=0 \text{ için } a=3-\frac{0}{2}=3$$

$$b=2 \text{ için } a=3-\frac{2}{2}=2$$

$$b=4 \text{ için } a=3-\frac{4}{2}=1$$

$$b=6 \text{ için } a=3-\frac{6}{2}=0$$

**Cevap: 4**



**soru 1**

İki rakamın toplamının alabileceği **en büyük** değer kaçtır?

- A) 14      B) 15      C) 16      D) 17      E) 18

**soru 2**

Birbirinden farklı iki rakamın farkının **en küçük** pozitif değeri kaçtır?

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

**soru 3**

Birbirinden farklı iki farklı rakamın çarpımının **en küçük** değeri kaçtır?

- A) 0      B) 1      C) 2      D) 3      E) 4

**soru 4**

İki rakamın toplamının **en küçük** değeri kaçtır?

- A) 4      B) 3      C) 2      D) 1      E) 0

**soru 5**

a ve b birer rakam

$$a+2b=4$$

olduğuna göre,

**a rakamının alabileceği kaç farklı değer vardır?**

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

**soru 6**

a ve b birer rakam,

$$3a+b=12$$

olduğuna göre,

**b rakamının alabileceği kaç farklı değer vardır?**

- A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      E) 6

**soru 7**

a ve b birer rakam,

$$2a=b$$

olduğuna göre,

**kaç farklı b rakamı vardır?**

- A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      E) 6

**soru 8**

a ve b birer rakam,

$$4a=5b$$

olduğuna göre,

**a+b toplamı kaçtır?**

- A) 5      B) 6      C) 7      D) 8      E) 9



## Doğal Sayılar ve Sayma Sayıları

İnsanlar saymaya 1 ile başlayıp 2, 3, 4.... diyerek devam ettikleri için sayma sayıları kümesi  $S = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$  biçiminde ifade edilir.

Sayma sayıları kümesine "0" ın dahil edilmesiyle doğal sayılar kümesi elde edilir ve " $\mathbb{N}$ " sembolü ile gösterilir.  $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$  biçiminde ifade edilir.

Sıfır, pozitif veya negatif olmadığı için pozitif doğal sayılar kümesi 1 den başlar ve sayma sayıları kümesine eşittir. Pozitif doğal sayılar kümesi  $\mathbb{N}^+$  sembolü ile gösterilir.

$$S = \mathbb{N}^+ = \{1, 2, 3, \dots\}$$

Hem sayma sayıları kümesi hemde pozitif doğal sayılar kümesi sonsuz elemanlıdır.

### kavrama sorusu

a ve b doğal sayı,

$$a+b=6$$

olduğuna göre, **a.b çarpımının en büyük değeri kaçtır, bulunuz.**

Toplamları verilen sayıların çarpımlarının en büyük değeri hesaplanırken sayılar mümkün olduğunca birbirine yakın seçilmelidir.

### çözüm

a ve b doğal sayılar olduğundan,

| a | + | b | =6 | a.b   |
|---|---|---|----|-------|
| 0 |   | 6 |    | 0.6=0 |
| 1 |   | 5 |    | 1.5=5 |
| 2 |   | 4 |    | 2.4=8 |
| 3 |   | 3 |    | 3.3=9 |
| 4 |   | 2 |    | 4.2=8 |
| 5 |   | 1 |    | 5.1=5 |
| 6 |   | 0 |    | 6.0=0 |

a.b çarpımı en büyük 9 olmaktadır.

**Cevap: 9**

### kavrama sorusu

a ve b doğal sayı,

$$a+b=4$$

olduğuna göre, **a.b çarpımının en küçük değeri kaçtır, bulunuz.**

Toplamları verilen sayıların çarpımlarının en küçük değeri hesaplanırken sayılar mümkün olduğunca birbirine uzak seçilmelidir.

### çözüm

a ve b doğal sayılar olduğundan,

| a | + | b | =4 | a.b   |
|---|---|---|----|-------|
| 0 |   | 4 |    | 0.4=0 |
| 1 |   | 3 |    | 1.3=3 |
| 2 |   | 2 |    | 2.2=4 |
| 3 |   | 1 |    | 3.1=3 |
| 4 |   | 0 |    | 4.0=0 |

a.b çarpımının en küçük değeri 0 dır.

**Cevap: 0**

### kavrama sorusu

a ve b sayma sayılarıdır,

$$b=15-a$$

olduğuna göre, **a.b çarpımının en büyük değerini bulunuz.**

### çözüm

$$b=15-a \text{ ise}$$

$$a+b=15$$

↓ ↓ (Toplamları 15 olan birbirine en yakın iki sayı)

$$a=8, b=7 \text{ veya } a=7, b=8$$

seçildiğinde,

$$a.b=8.7=56 \text{ en büyük değerdir.}$$

**Cevap: 56**



**soru 1**

a ve b doğal sayılar,

$$a+b=10$$

olduğuna göre,

**a.b çarpımının en büyük değeri kaçtır?**

- A) 10      B) 15      C) 20      D) 25      E) 30

**soru 2**

x ve y doğal sayılar,

$$x+y=23$$

olduğuna göre,

**x.y çarpımının en küçük değeri kaçtır?**

- A) 0      B) 1      C) 22      D) 23      E) 42

**soru 3**

a ve b sayma sayıları,

$$a+b=17$$

olduğuna göre,

**a.b çarpımının en büyük değeri kaçtır?**

- A) 66      B) 70      C) 72      D) 77      E) 78

**soru 4**

x ve y sayma sayıları,

$$x+y=11$$

olduğuna göre,

**x.y çarpımının en küçük değeri kaçtır?**

- A) 0      B) 1      C) 10      D) 11      E) 18

**soru 5**

x ve y birbirinden farklı doğal sayılar,

$$x+y=20$$

olduğuna göre,

**x.y çarpımının en büyük değeri kaçtır?**

- A) 84      B) 91      C) 96      D) 99      E) 100

**soru 6**

a ve b birbirinden farklı doğal sayılar,

$$a=13-b$$

olduğuna göre,

**a.b çarpımının en küçük değeri kaçtır?**

- A) 30      B) 22      C) 12      D) 1      E) 0

**soru 7**

m ve n birbirinden farklı pozitif doğal sayılar,

$$16-m=n$$

olduğuna göre,

**m.n çarpımının en büyük değeri kaçtır?**

- A) 48      B) 55      C) 60      D) 63      E) 64

**soru 8**

a ve b birbirinden farklı pozitif doğal sayılar,

$$2a-b=15+a-2b$$

olduğuna göre,

**a.b çarpımının en küçük değeri kaçtır?**

- A) 0      B) 14      C) 26      D) 44      E) 50



### kavrama sorusu

a ve b doğal sayılar,

$$a \cdot b = 24$$

olduğuna göre, **a + b toplamının en büyük değerini bulunuz.**

Çarpımları verilen doğal sayıların, toplamlarının en büyük değeri için sayılar mümkün olduğunca birbirine uzak, toplamlarının en küçük değeri için sayılar birbirine yakın seçilir.

### çözüm

| a  | . | b | =24 | a+b     |
|----|---|---|-----|---------|
| 24 |   | 1 |     | 24+1=25 |
| 12 |   | 2 |     | 12+2=14 |
| 8  |   | 3 |     | 8+3=11  |
| 6  |   | 4 |     | 6+4=10  |

Sayılar birbirine yaklaştıkça toplamlarının küçüldüğü görülüyor.

a + b = 25 en büyük değerdir.

**Cevap: 25**

### kavrama sorusu

a ve b doğal sayılar,

$$3a + 4b = 15$$

olduğuna göre, **a'nın kaç farklı değeri vardır, bulunuz.**

### çözüm

a'nın katsayısı eşitliğin diğer tarafındaki 15 sayısının böleni olduğu için a'yı eşitlikte yalnız bırakalım,

$$3a + 4b = 15$$

$$3a = 15 - 4b$$

$$a = \frac{15}{3} - \frac{4b}{3}$$

$$a = 5 - \frac{4b}{3} \quad (b \text{ doğal sayısı } 3 \text{ ün katı olmalı})$$

$$b=0 \text{ için } a = 5 - \frac{4 \cdot 0}{3} = 5 - 0 = 5$$

$$b=3 \text{ için } a = 5 - \frac{4 \cdot 3}{3} = 5 - 4 = 1$$

$$b=6 \text{ için } a = 5 - \frac{4 \cdot 6}{3} = 5 - 8 = -3 \quad (\text{doğal sayı değil})$$

a'nın alabileceği değerler 1 ve 5

**Cevap: 2**

### kavrama sorusu

a ve b pozitif doğal sayılar,

$$2a + 3b = 17$$

olduğuna göre,

**b'nin kaç farklı değeri vardır, bulunuz.**

### çözüm

2a + 3b = 17 ifadesi için,

$$a=1 \text{ için } 2 \cdot 1 + 3b = 17 \Rightarrow b=5$$

$$a=2 \text{ için } 2 \cdot 2 + 3b = 17 \Rightarrow b = \frac{13}{3} \quad (\text{pozitif doğal sayı değil})$$

$$a=3 \text{ için } 2 \cdot 3 + 3b = 17 \Rightarrow b = \frac{11}{3} \quad (\text{pozitif doğal sayı değil})$$

$$a=4 \text{ için } 2 \cdot 4 + 3b = 17 \Rightarrow b=3$$

$$a=7 \text{ için } 2 \cdot 7 + 3b = 17 \Rightarrow b=1$$

(a'nın alabileceği değerler 1, 4 ve 7'ye dikkat edilirse b'nin katsayısı olan 3 kadar arttıkları görülür.)

b pozitif doğal sayısı 1, 3 ve 5 değerini alabilir.

(b'nin alabileceği değerler 1, 3 ve 5'e dikkat edilirse a'nın katsayısı olan 2 kadar arttıkları görülür.)

**Cevap: 3**



### Uyarı

x, y, z doğal sayı olmak üzere,  $xa + yb = z$  eşitliğini sağlayan kaç farklı a'nın veya kaç farklı b'nin olduğu araştırılan sorularda en küçük a değeri bulunduğunda bu değere y, 2y, 3y ekleyerek denemek sonuca ulaşmamızda kolaylık sağlayacaktır. En küçük b değerini bulduğumuz sorularda a'nın katsayısı x ve 2x, 3x, .... değerleri b değerine eklenip, çözüm araştırılır.



**soru 1**

a ve b doğal sayılar,

$$a.b=15$$

olduğuna göre,

**a+b toplamının en büyük değeri kaçtır?**

- A) 14      B) 15      C) 16      D) 17      E) 18

**soru 2**

x ve y doğal sayılar,

$$x = \frac{22}{y}$$

olduğuna göre,

**x+y toplamının en büyük değeri kaçtır?**

- A) 19      B) 20      C) 21      D) 22      E) 23

**soru 3**

a ve b doğal sayılar,

$$a.b=42$$

olduğuna göre,

**a+b toplamının en küçük değeri kaçtır?**

- A) 13      B) 17      C) 23      D) 43      E) 53

**soru 4**

x ve y doğal sayılar,

$$x.y=63$$

olduğuna göre,

**x+y toplamının en küçük değeri kaçtır?**

- A) 33      B) 24      C) 17      D) 16      E) 15

**soru 5**

x ve y doğal sayılar,

$$2x+3y=21$$

olduğuna göre,

**x in alabileceği kaç farklı değer vardır?**

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

**soru 6**

a ve b doğal sayılar,

$$3a+5b=25$$

olduğuna göre,

**a nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?**

- A) 0      B) 5      C) 10      D) 15      E) 20

**soru 7**

a ve b doğal sayılar,

$$3a+4b=23$$

olduğuna göre,

**a nın alabileceği kaç farklı değer vardır?**

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

**soru 8**

x ve y doğal sayılar,

$$5x+4y=38$$

olduğuna göre,

**y nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?**

- A) 8      B) 9      C) 10      D) 11      E) 12



### kavrama sorusu

a, b ve c doğal sayılar,

$$a+b+c=9$$

olduğuna göre,

**a.b.c çarpımının en büyük değerini bulunuz.**

### çözüm

a.b.c çarpımının sonucunun büyük çıkması için sayıları mümkün olduğunca birbirine yakın seçeriz.

$a+b+c=9$  eşitliğinde,  $a=3$ ,  $b=3$  ve  $c=3$  için

$$a.b.c=3.3.3=27$$

a.b.c çarpımının en büyük değeri 27 dir.

**Cevap: 27**

### kavrama sorusu

a, b ve c sayma sayıları,

$$a+b+c=15$$

olduğuna göre,

**a.b.c çarpımının en küçük değerini bulunuz.**

### çözüm

a.b.c çarpımının küçük çıkması için sayıları mümkün olduğunca birbirine uzak seçeriz.

$a+b+c=15$  eşitliğinde,  $a=13$ ,  $b=1$  ve  $c=1$  için

$$a.b.c=13.1.1=13$$

a.b.c çarpımının en küçük değeri 13 tür.

**Cevap: 13**

### kavrama sorusu

a, b ve c birbirinden farklı doğal sayılar olmak üzere,

$$5a+3b+6c$$

**toplamının alabileceği en küçük değeri bulunuz.**

### çözüm

İfadede katsayısı büyük olan sayılara olabilecek en küçük değerler verilip sayının değerinin büyümesi önlenir.

$$5a+3b+6c$$

ifadesinde,

6 en büyük katsayı olduğundan  $c=0$

5 ikinci en büyük katsayı olduğundan  $a=1$

3 en küçük katsayı olduğundan  $b=2$

$$5a+3b+6c=5.1+3.2+6.0=5+6=11$$

**Cevap: 11**

### kavrama sorusu

a, b, c doğal sayılar,

$$a+2b+2c=18$$

olduğuna göre,

**a.b.c çarpımının alabileceği en büyük değeri bulunuz.**

### çözüm

a, b ve c gibi üç tane bilinmeyen değeri birbirine yakın seçmek için,

$$\begin{array}{r} 18 \ 3 \\ - 18 \ 6 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$a=6$$

$$2b=6 \Rightarrow b=3$$

$$2c=6 \Rightarrow c=3$$

$$a.b.c=6.3.3.=54$$

a.b.c çarpımının en büyük değeri 54 tür.

**Cevap: 54**



**soru 1**

a, b ve c doğal sayılar,

$$a+b+c=6$$

olduğuna göre,

**a.b.c çarpımının en büyük değeri kaçtır?**

- A) 4      B) 6      C) 8      D) 10      E) 12

**soru 2**

a, b ve c doğal sayılar,

$$a+b+c=18$$

olduğuna göre,

**a.b.c çarpımının en büyük değeri kaçtır?**

- A) 198      B) 204      C) 208      D) 216      E) 256

**soru 3**

a, b ve c doğal sayılar,

$$a+b+c=11$$

olduğuna göre,

**a.b.c çarpımının en büyük değeri kaçtır?**

- A) 32      B) 38      C) 42      D) 48      E) 54

**soru 4**

x, y ve z sayma sayıları,

$$x+y+z=30$$

olduğuna göre,

**x.y.z çarpımının en küçük değeri kaçtır?**

- A) 0      B) 28      C) 54      D) 990      E) 1000

**soru 5**

a, b ve c doğal sayılar,

$$a+b+c=21$$

olduğuna göre,

**a.b.c çarpımının en küçük değeri kaçtır?**

- A) 0      B) 19      C) 21      D) 42      E) 63

**soru 6**

a, b ve c doğal sayılar,

$$2a+b+c=24$$

olduğuna göre,

**a.b.c çarpımının en büyük değeri kaçtır?**

- A) 256      B) 216      C) 196      D) 144      E) 121

**soru 7**

x, y ve z doğal sayılar,

$$2x+3y+z=18$$

olduğuna göre,

**x.y.z çarpımının en büyük değeri kaçtır?**

- A) 18      B) 36      C) 48      D) 54      E) 72

**soru 8**

a, b ve c birbirinden farklı doğal sayılar olmak üzere,

$$2a+3b+4c$$

**toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır?**

- A) 5      B) 6      C) 7      D) 8      E) 9





### kavrama sorusu

a, b ve c birbirinden farklı doğal sayılar,

$$2a+3b+c=17$$

olduğuna göre,

**c nin alabileceği en büyük değeri bulunuz.**

### çözüm

$2a+3b+c=17$  ifadesinde c nin alabileceği en büyük değeri bulabilmek için a ve b ye mümkün olan en küçük değerleri vermeliyiz. Katsayısı büyük olan b sayısına en küçük doğal sayı olan 0 değerini veriniz.

$$2a + 3b + c = 17$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$2 + c = 17$$

$c=15$  değeri c nin alabileceği en büyük değerdir.

**Cevap: 15**

### kavrama sorusu

x, y ve z birbirinden farklı sayma sayıları,

$$3x+5y-2z=54$$

olduğuna göre,

**(x+y) toplamının alabileceği en küçük değeri bulunuz.**

### çözüm

$$3x+5y-2z=54$$

$3x+5y=54+2z$  olduğundan x+y toplamının alabileceği en küçük değeri bulmak için, z ye alabileceği en küçük değeri vermeliyiz.

z=1 için,

$$3x+5y=54+2.1$$

$$3x+5y=56$$

$$x=2 \text{ için } 3.2+5y=56 \text{ ise } y=10 \text{ ve } x+y=12$$

$$x=7 \text{ için } 3.7+5y=56 \text{ ise } y=7 \text{ ve } x+y=14$$

$$x=12 \text{ için } 3.12+5y=56 \text{ ise } y=4 \text{ ve } x+y=16$$

$$x=19 \text{ için } 3.19+5y=56 \text{ ise } y=1 \text{ ve } x+y=20$$

x+y toplamının en küçük değeri 12 dir.

**Cevap: 12**

### kavrama sorusu

x, y ve z birer doğal sayı,

$$x.y=12$$

$$y.z=18$$

olduğuna göre,

**x+y+z toplamının en büyük değerini bulunuz.**

### çözüm

$$\begin{array}{rcl} x.y & = & 12 \\ + & y.z & = 18 \\ \hline x.y+y.z & = & 30 \end{array}$$

$$y.(x+z)=30$$

x+y+z toplamının en büyük değerini bulmak için sayıları mümkün olduğunca birbirine uzak seçelim.

$$y.(x+z)=30$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$x+z+y=30+1=31$$

**Cevap: 31**



**soru 1**

a, b ve c birbirinden farklı doğal sayılar,

$$3a+5b+c=35$$

olduğuna göre,

**c nin alabileceği en büyük değer kaçtır?**

- A) 30      B) 31      C) 32      D) 33      E) 36

**soru 2**

a, b ve c doğal sayılar,

$$a+7b+c=23$$

olduğuna göre,

**a nin alabileceği en büyük değer kaçtır?**

- A) 20      B) 21      C) 22      D) 23      E) 24

**soru 3**

x, y ve z birbirinden farklı sayma sayıları,

$$x+3y+2z=17$$

olduğuna göre,

**z nin alabileceği en büyük değer kaçtır?**

- A) 7      B) 6      C) 5      D) 4      E) 3

**soru 4**

a, b ve c sayma sayıları,

$$2a+3b+4c=25$$

olduğuna göre,

**c nin alabileceği en büyük değer kaçtır?**

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

**soru 5**

x, y ve z doğal sayılar,

$$x+y-z=14$$

olduğuna göre,

**(x+y) toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır?**

- A) 14      B) 15      C) 16      D) 17      E) 18

**soru 6**

a, b ve c birbirinden farklı doğal sayılar,

$$a+2b-5c=33$$

olduğuna göre,

**(a+b) toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır?**

- A) 17      B) 19      C) 20      D) 22      E) 23

**soru 7**

x, y ve z birbirinden farklı sayma sayıları,

$$5x+y-3z=43$$

olduğuna göre,

**(x+y) toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır?**

- A) 10      B) 11      C) 12      D) 13      E) 14

**soru 8**

a, b ve c doğal sayılar,

$$a.b=9$$

$$b.c=14$$

olduğuna göre,

**a+b+c toplamının en büyük değeri kaçtır?**

- A) 22      B) 23      C) 24      D) 25      E) 26



## Tam sayılar Kümesi

Doğal sayılar kümesine negatif tam sayıların katılması ile elde edilen sayı kümesine tam sayılar kümesi denir ve  $\mathbb{Z}$  sembolü ile gösterilir.

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

Pozitif tam sayılar kümesi  $\mathbb{Z}^+ = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$

Negatif tam sayılar kümesi  $\mathbb{Z}^- = \{\dots, -4, -3, -2, -1\}$

Sıfır "0" sayısı pozitif veya negatif bir tam sayı değildir. Tam sayılar kümesi;  $\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}^+$  biçiminde de gösterilir.

### kavrama sorusu

a ve b tam sayılar,

$$a + b = 14$$

olduğuna göre,

**a.b çarpımının en büyük değeri kaçtır, bulunuz.**

### çözüm

a.b çarpımının en büyük değerini bulmak için birbirine "yakın" tam sayılar seçilir.

$$\begin{array}{r} a + b = 14 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 7 \quad 7 \end{array}$$

a.b = 7.7 = 49 en büyük değerdir.

**Cevap: 49**

### kavrama sorusu

a ve b tam sayılar,

$$a.b = 18$$

olduğuna göre,

**a+b toplamının en büyük değerini bulunuz.**

### çözüm

a+b toplamının en büyük değerini bulmak için birbirine "uzak" tam sayılar seçilir.

$$\begin{array}{r} a . b = 18 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 18 \quad 1 \end{array}$$

a+b = 18+1 = 19 en büyük değerdir.

**Cevap: 19**

### kavrama sorusu

a ve b tam sayılar,

$$a.b = 20$$

olduğuna göre,

**a+b toplamının en küçük değerini bulunuz.**

### çözüm

a ve b tam sayılar kümesine ait olduğundan negatif değerler olabilir. Toplamın en küçük çıkması için mutlak değerce birbirine en "uzak" sayıları seçelim,

$$\begin{array}{r} a . b = 20 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ -20 \quad -1 \end{array}$$

a+b = (-20) + (-1) = -21

**Cevap: -21**

### kavrama sorusu

a, b ve c tam sayılar,

$$a.b = 12$$

$$b.c = 20$$

olduğuna göre,

**a+b+c toplamının en küçük değerini bulunuz.**

### çözüm

a, b ve c tam sayı olduğu için negatif değerler olabilirler.

$$\begin{array}{r} a.b = 12 \\ + \quad b.c = 20 \end{array} \quad \text{Eşitlikler taraf tarafa toplanır.}$$

$$a.b + b.c = 32$$

$$b.(a+c) = 32$$

Toplamın küçük çıkması için sayıları negatif ve mutlak değerce birbirine "uzak" sayılar seçelim.

$$\begin{array}{r} b . (a+c) = 32 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ -1 \quad -32 \end{array}$$

b+a+c = (-1) + (-32) = -33

**Cevap: -33**



**soru 1**

x ve y tam sayılar,

$$x+y=30$$

olduğuna göre,

**x.y çarpımının en büyük değeri kaçtır?**

- A) 228      B) 225      C) 224      D) 222      E) 220

**soru 2**

x ve y tam sayılar,

$$x+y=21$$

olduğuna göre,

**x.y çarpımının en büyük değeri kaçtır?**

- A) 96      B) 98      C) 104      D) 108      E) 110

**soru 3**

a ve b tam sayılar,

$$a.b=12$$

olduğuna göre,

**a+b toplamının en küçük değeri kaçtır?**

- A) -13      B) -12      C) -11      D) -10      E) -9

**soru 4**

a ve b tam sayılar,

$$a.b=34$$

olduğuna göre,

**a+b toplamının en küçük değeri kaçtır?**

- A) -32      B) -33      C) -34      D) -35      E) -36

**soru 5**

a ve b tam sayılar,

$$a.b=25$$

olduğuna göre,

**a+b toplamının en büyük değeri kaçtır?**

- A) 30      B) 29      C) 28      D) 27      E) 26

**soru 6**

x ve y tam sayılar,

$$x.y=42$$

olduğuna göre,

**x+y toplamının en büyük değeri kaçtır?**

- A) 43      B) 42      C) 41      D) 40      E) 39

**soru 7**

x, y ve z tam sayılar,

$$x.y=6$$

$$y.z=10$$

olduğuna göre,

**x+y+z toplamının en küçük değeri kaçtır?**

- A) -6      B) -10      C) -16      D) -17      E) -18

**soru 8**

a, b ve c tam sayılar,

$$a.b=14$$

$$a.c=24$$

olduğuna göre,

**a+b+c toplamının en küçük değeri kaçtır?**

- A) -37      B) -38      C) -39      D) -40      E) -41



### kavrama sorusu

a, b ve c tam sayılar,

$$2a+b-3c=0$$

olduğuna göre,

**6a+3b+5c toplamının alabileceği değerleri bulunuz.**

### çözüm

$2a+b-3c=0$  eşitliğinden,

$2a+b=3c$  elde edilir.

$$6a+3b+5c=3(\underbrace{2a+b}_{3c})+5c$$

$$9c+5c=14c \text{ bulunur.}$$

c tam sayı olduğundan  $6a+3b+5c$  toplamı 14 ün katı olabilir.

**Cevap: 14 ün katı olan sayılar**

### kavrama sorusu

x ve y pozitif tam sayılar,

$$\frac{x}{5} + y = 4$$

**eşitliğini sağlayan kaç farklı (x, y) sayı ikilisi yazılabilir, bulunuz.**

### çözüm

$\frac{x}{5} + y = 4$  ifadesinde x, 5 in katı olmalıdır.

$$x=5 \quad \text{için} \quad \frac{5}{5} + y = 4 \Rightarrow y=3 \quad (x, y) = (5, 3)$$

$$x=10 \quad \text{için} \quad \frac{10}{5} + y = 4 \Rightarrow y=2 \quad (x, y) = (10, 2)$$

$$x=15 \quad \text{için} \quad \frac{15}{5} + y = 4 \Rightarrow y=1 \quad (x, y) = (15, 1)$$

3 farklı (x, y) sayı ikilisi vardır.

**Cevap: 3**

### kavrama sorusu

x ve y pozitif tam sayılar,

$$x^2 - y^2 = 7$$

**eşitliğini sağlayan x ve y değerlerini bulunuz.**

### çözüm

$$x^2 - y^2 = (x-y) \cdot (x+y)$$

$$x^2 - y^2 = (x-y) \cdot (x+y) = 7$$

7 asal sayı olduğundan çarpanları 1 ve 7 dir.

$$\underbrace{(x-y)}_1 \cdot \underbrace{(x+y)}_7 = 7$$

$$x-y=1$$

$$x+y=7$$

$$2x=8$$

$$x=4 \quad \text{ve} \quad y=3$$

**Cevap: x=4 ve y=3**

### kavrama sorusu

$\frac{x+15}{x}$  ifadesi bir tam sayı olduğuna göre,

**x tam sayısının alabileceği kaç farklı değer vardır, bulunuz.**

### çözüm

$$\frac{x+15}{x} = \frac{x}{x} + \frac{15}{x} = 1 + \frac{15}{x}$$

$1 + \frac{15}{x}$  ifadesinin tam sayı olabilmesi için x sayısının 15 in

bölenleri olması gerekir,

$$1 + \frac{15}{x}$$

$$\begin{array}{ccccccc} & & x & & & & \\ & \swarrow & & \searrow & & \swarrow & \searrow \\ 1 & 3 & 5 & 15 & & & \end{array} \quad \begin{array}{l} (4 \text{ tane pozitif}) \\ (4 \text{ tane negatif}) \end{array}$$

x toplam 8 farklı tam sayı değeri alabilir.

**Cevap: 8**



**soru 1**

a, b ve c tam sayılar,

$$a+b-2c=0$$

olduğuna göre,

**2a+2b+5c toplamı aşağıdakilerden hangisi olabilir?**

- A) 18      B) 21      C) 25      D) 28      E) 30

**soru 2**

x, y ve z tam sayılar,

$$2x-y-5z=0$$

olduğuna göre,

**6x-3y-4z ifadesinin sonucu aşağıdakilerden hangisi olabilir?**

- A) 15      B) 16      C) 18      D) 21      E) 22

**soru 3**

a ve b pozitif tam sayılar,

$$a+\frac{b}{3}=3$$

**eşitliğini sağlayan kaç farklı (x, y) ikilisi vardır?**

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

**soru 4**

a ve b pozitif tam sayılar,

$$\frac{a}{4}+b=6$$

**eşitliğini sağlayan kaç farklı (a, b) ikilisi vardır?**

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

**soru 5**

a ve b pozitif tam sayılar,

$$a^2-b^2=17$$

olduğuna göre,

**a+b toplamı kaçtır?**

- A) 7      B) 8      C) 9      D) 16      E) 17

**soru 6**

a ve b pozitif tam sayılar,

$$a^2=11+b^2$$

olduğuna göre, **a kaçtır?**

- A) 3      B) 4      C) 5      D) 6      E) 7

**soru 7**

$\frac{3x+20}{x}$  ifadesi bir tam sayı olduğuna göre,

**x pozitif tam sayısının alabileceği kaç farklı değer vardır?**

- A) 4      B) 5      C) 6      D) 7      E) 8

**soru 8**

$\frac{5x-36}{x}$  ifadesi bir tam sayı olduğuna göre,

**x tam sayısının alabileceği kaç farklı değer vardır?**

- A) 9      B) 10      C) 12      D) 18      E) 20



n bir tam sayı olmak üzere,

a pozitif bir tam sayı ise,

$$a^{2n} > 0 \text{ ve } a^{2n+1} > 0 \text{ dir. (Pozitif tam sayıların tüm kuvvetleri pozitiftir.)}$$

a negatif bir tam sayı ise,

$$a^{2n} > 0 \text{ dir. (Negatif tam sayıların çift kuvvetleri pozitiftir.)}$$

$$a^{2n+1} < 0 \text{ dir. (Negatif tam sayıların tek kuvvetleri negatiftir.)}$$

### kavrama sorusu

a ve b tam sayılar,

$$a^2 \cdot b > 0$$

olduğuna göre,

**a ve b tam sayılarının işaretlerini inceleyiniz.**

Kuvveti çift olan sayılar daima pozitif olduğu için, işaret incelemesi yaparken sadece kuvveti tek olanlara bakılarak yapılır.

### çözüm

$$a^2 \cdot b > 0 \text{ eşitsizliğinde}$$

a pozitif de olsa negatif de olsa  $a^2$  ifadesi daima pozitiftir.

$$\underbrace{a^2 \cdot b}_{+} > 0$$

Çarpımın sonucunun pozitif olması için b ninde pozitif olması gerekir.

a için kesin bir şey söylenemez.

**Cevap: b pozitiftir.**

### kavrama sorusu

a ve b tam sayılar,

$$a^3 \cdot b^4 < 0$$

olduğuna göre,

**a ve b tam sayılarının işaretlerini inceleyiniz.**

### çözüm

$$a^3 \cdot b^4 < 0 \text{ eşitsizliğinde}$$

$b^4$  daima pozitiftir ve b için kesin birşey söylenemez.

$$\underbrace{a^3 \cdot b^4}_{+} < 0$$

Çarpımın negatif çıkması için  $a^3$  negatif olmalı. Tek kuvvetleri negatif olan sayılarda negatif olduğundan a negatiftir.

**Cevap: a negatiftir.**

### kavrama sorusu

x ve y tam sayılar,

$$x^3 \cdot y^2 > 0$$

$$x^2 \cdot y^5 < 0$$

olduğuna göre,

**x ve y tam sayılarının işaretlerini inceleyiniz.**

### çözüm

Kuvveti çift olan sayılar daima pozitif olduğundan işaret incelememizi sadece tek kuvvetler üzerinden yapıp, çift kuvvetleri yok sayabiliriz.

$$x^3 \cdot \underbrace{y^2}_{\text{ihmal ediyoruz}} > 0$$

$$x^3 > 0 \text{ Küpü pozitif olduğundan } x > 0$$

$$\underbrace{x^2}_{\text{ihmal ediyoruz}} \cdot y^5 < 0$$

$$y^5 < 0 \text{ 5. kuvveti negatif olduğundan } y < 0$$

**Cevap: x>0, y<0**

### kavrama sorusu

x, y ve z tam sayılar,

$$x^4 \cdot y^2 \cdot z^3 < 0$$

$$x^3 \cdot y^4 \cdot z > 0$$

$$x^2 \cdot y \cdot z^4 < 0$$

olduğuna göre,

**x, y ve z tam sayılarının işaretlerini inceleyiniz.**

### çözüm

$$\underbrace{x^4}_{\text{ihmal ediyoruz}} \cdot \underbrace{y^2}_{\text{ihmal ediyoruz}} \cdot z^3 < 0 \text{ ise } z^3 < 0 \text{ ise } z < 0$$

$$x^3 \cdot \underbrace{y^4}_{\text{ihmal ediyoruz}} \cdot z > 0$$

$$x^3 \cdot z > 0 \text{ çarpımın pozitif olması için } z < 0$$

$$\text{olduğuna göre } x^3 < 0 \text{ ve } x < 0 \text{ olmalı}$$

$$\underbrace{x^2}_{\text{ihmal ediyoruz}} \cdot y \cdot \underbrace{z^4}_{\text{ihmal ediyoruz}} < 0 \text{ ise } y < 0 \text{ bulunur.}$$

**Cevap: x<0, y<0, z<0**



**soru 1**

a ve b tam sayılar,

$$a.b^4 > 0$$

olduğuna göre, aşağıdaki ifadelerden hangisi **kesinlikle doğrudur**?

- A) a negatif tam sayıdır.
- B) b negatif tam sayıdır.
- C) a pozitif tam sayıdır.
- D) b pozitif tam sayıdır.
- E) a ve b negatif tam sayılardır.

**soru 2**

x ve y tam sayılar,

$$x^2.y^3 > 0$$

olduğuna göre, aşağıdaki ifadelerden hangisi **kesinlikle doğrudur**?

- A) x pozitif tam sayıdır.
- B) y pozitif tam sayıdır.
- C) x negatif tam sayıdır.
- D) y negatif tam sayıdır.
- E) x ve y pozitif tam sayılardır.

**soru 3**

a ve b tam sayılar,

$$a^3.b^5 > 0$$

olduğuna göre, aşağıdaki ifadelerden hangisi **kesinlikle doğrudur**?

- A) a ile b aynı işaretlidir.
- B) a ile b ters işaretlidir.
- C) a negatif tam sayıdır.
- D) b pozitif tam sayıdır.
- E) b negatif tam sayıdır.

**soru 4**

a ve b tam sayılar,

$$a^3.b < 0$$

$$a^2.b^3 < 0$$

olduğuna göre, aşağıdaki ifadelerden hangisi **pozitif**dir?

- A) a.b
- B) a<sup>2</sup>.b
- C) a.b<sup>3</sup>
- D) a<sup>3</sup>.b<sup>2</sup>
- E) a<sup>3</sup>.b

**soru 5**

a ve b tam sayılar,

$$a^3.b^7 < 0$$

$$a.b^2 < 0$$

olduğuna göre, aşağıdaki ifadelerden hangisi **negatif**dir?

- A) a<sup>2</sup>.b
- B) a<sup>4</sup>.b<sup>2</sup>
- C) a<sup>2</sup>.b<sup>3</sup>
- D) a<sup>6</sup>.b<sup>4</sup>
- E) a<sup>3</sup>.b

**soru 6**

x, y ve z tam sayılar,

$$x^2.y^3 < 0$$

$$y^5.z < 0$$

$$x^3.z^7 > 0$$

olduğuna göre, x, y ve z nin işaretleri sırasıyla aşağıdaki-lerden hangisidir?

- A) +, +, +
- B) +, +, -
- C) +, -, +
- D) -, +, +
- E) +, -, -

**soru 7**

x, y ve z tam sayılar,

$$x^2.y.z^4 < 0$$

$$x^3.y^2.z^2 > 0$$

$$x^4.y^6.z^5 < 0$$

olduğuna göre, x, y ve z nin işaretleri sırasıyla aşağıdaki-lerden hangisidir?

- A) -, -, -
- B) +, +, -
- C) -, +, -
- D) -, -, +
- E) +, -, -

**soru 8**

x, y ve z tam sayılar,

$$x.y^3.z^2 > 0$$

$$x.y^4.z^3 < 0$$

olduğuna göre, x, y ve z nin işaretleri sırasıyla aşağıdakiler-den hangisi **olabilir**?

- A) -, -, +
- B) -, +, -
- C) +, -, -
- D) +, +, +
- E) -, -, -





### kavrama sorusu

a ve b tam sayılar,

$$a+b<0$$

$$a.b>0$$

olduğuna göre,

**a ve b tam sayılarının işaretlerini inceleyiniz.**

### çözüm

$a+b<0$  olması için a ve b den en az birinin negatif olması gerekir.

| a | b |
|---|---|
| - | + |
| + | - |
| - | - |

durumları olabilir.

$a.b>0$  olması için a ve b nin her ikisinde aynı işaretli olması gerekir.

Bu durumda  $a<0$  ve  $b<0$  dir.

**Cevap:  $a<0, b<0$**

### kavrama sorusu

a ve b tam sayılar,

$$a-b>0$$

$$a.b<0$$

olduğuna göre,

**a ve b tam sayılarının işaretlerini inceleyiniz.**

### çözüm

$a-b>0$  ise  $a>b$  dir.

$a.b<0$  ise a ve b nin işaretleri farklıdır.

$a>b$  olduğundan  $a>0$  ve  $b<0$  olur.

**Cevap:  $a>0, b<0$**

### kavrama sorusu

a, b ve c tam sayılar ve  $a<b<c$  olmak üzere,

$$(a-b).(c-b).(a-c)$$

**çarpımının işaretini inceleyiniz.**

### çözüm

$a<b<c$  olduğundan,

$a<b$  ise  $a-b<0$

$b<c$  ise  $c-b>0$

$a<c$  ise  $a-c<0$  dir.

$$\underbrace{(a-b)}_{-} \cdot \underbrace{(c-b)}_{+} \cdot \underbrace{(a-c)}_{-} = (-) \cdot (+) \cdot (-) = (+)$$

**Cevap: (+)**

### kavrama sorusu

a, b ve c tam sayılar ve  $a<b<0<c$  olmak üzere,

$$\frac{a.(b-a)}{c-a}$$

**ifadesinin işaretini inceleyiniz.**

### çözüm

$a<b<0<c$  olduğundan

$a<b$  ise  $b-a>0$

$a<c$  ise  $c-a>0$

$a<0$  dir.

$$\frac{\underbrace{a}_{(-)} \cdot \underbrace{(b-a)}_{(+)}}{\underbrace{c-a}_{(+)}} = \frac{(-) \cdot (+)}{(+)} = (-)$$

**Cevap: (-)**



**soru 1**

a ve b tam sayılar,

$$a+b < 0$$

$$a.b > 0$$

olduğuna göre,

**aşağıdaki ifadelerden hangisi pozitifdir?**

- A)  $a+b$     B)  $a^2.b$     C)  $a.b^2$     D)  $a^3.b^4$     E)  $\frac{a}{b}$

**soru 2**

a ve b tam sayılar,

$$a+b < 0$$

$$\frac{a}{b} < 0$$

olduğuna göre,

**aşağıdaki ifadelerden hangisi kesinlikle negatiftir?**

- A)  $a^3.b$     B)  $a-b$     C)  $b-a$     D)  $\frac{a^2}{b}$     E)  $\frac{b^4}{a}$

**soru 3**

x ve y tam sayılar,

$$x-y > 0$$

$$\frac{x}{y} < 0$$

olduğuna göre,

**aşağıdaki ifadelerden hangisi pozitifdir?**

- A)  $x.y$     B)  $x^2.y$     C)  $x^3.y^4$     D)  $-x.y^2$     E)  $x^3.y^3$

**soru 4**

x ve y tam sayılar,

$$y-x > 0$$

$$x.y^3 < 0$$

olduğuna göre,

**aşağıdaki ifadelerden hangisi pozitifdir?**

- A)  $x.y$     B)  $x.y^5$     C)  $-x^3.y^4$     D)  $(x-y).x^4$     E)  $(x-y).y^2$

**soru 5**

a, b, c tam sayılar ve  $a < b < c$  olmak üzere, **aşağıdaki ifadelerden hangisi pozitifdir?**

- A)  $\frac{a-b}{c-b}$     B)  $\frac{b-a}{a-c}$     C)  $(a-c).(c-b)$   
D)  $(b-a).(c-b)$     E)  $(a-b)^2.(b-c)$

**soru 6**

x, y ve z tam sayılar ve  $x < y < z$  olmak üzere, **aşağıdaki ifadelerden hangisi negatiftir?**

- A)  $\frac{x-y}{z-y}$     B)  $\frac{x-y}{y-z}$     C)  $\frac{z-x}{z-y}$   
D)  $(x-y)^2.(z-y)$     E)  $(y-x).(y-z)^2$

**soru 7**

x, y, z tam sayılar ve  $x < 0 < y < z$  olmak üzere, **aşağıdaki ifadelerden hangisi pozitifdir?**

- A)  $x.(y-x)$     B)  $(z-y).x^3$     C)  $(y-x).(x-z)$   
D)  $x.(x-y).(z-y)$     E)  $x^2.(x-z)$

**soru 8**

a, b ve c tam sayılar ve  $a < b < c < 0$  olmak üzere, **aşağıdaki ifadelerden hangisi negatiftir?**

- A)  $(c-b).a.b$     B)  $(a-b).b.c$     C)  $a.(a-c).b^2$   
D)  $(b-a).(c-b)$     E)  $(c-a).(b-a)$



## Tek ve Çift Sayılar

2 ile tam bölünen tam sayılara **çift tam sayı**, 2 ile bölünemeyen tam sayılara **tek tam sayı** denir. Buna göre, n tam sayı olmak üzere,

Çift tam sayılar kümesi:  $\mathbb{C} = \{..., -4, -2, 0, 2, 4, ..., 2n, ...\}$

Tek tam sayılar kümesi:  $\mathbb{T} = \{..., -3, -1, 1, 3, ..., 2n-1, ...\}$

şeklinde gösterilir.

## Tek ve Çift Tam Sayıların Özellikleri

Tek tam sayı T, Çift tam sayı Ç olmak üzere,

- 1)  $T \pm T = \mathbb{C}$  İki tek tam sayının toplamı veya farkı çift tam sayıdır. (Bu özelliği iki tek tam sayı seçerek kendimiz kolayca bulabiliriz.  $3+1=4$  veya  $3-1=2$  gibi)
- 2)  $\mathbb{C} \pm \mathbb{C} = \mathbb{C}$  İki çift tam sayının toplamı veya farkı çift tam sayıdır. ( $2+0=2$  veya  $2-0=2$  gibi)
- 3)  $T \pm \mathbb{C} = \mathbb{C}$  Biri tek ve diğeri çift tam sayı olan iki tam sayının toplamı veya farkı tek tam sayıdır. ( $3+2=5$  veya  $2-3=-1$ )
- 4)  $T \cdot T = \mathbb{T}$  İki veya daha fazla tek tam sayının çarpımı tek tam sayıdır. ( $3 \cdot 1=3$  veya  $3 \cdot 1 \cdot (-1)=-3$  gibi)
- 5)  $T \cdot \mathbb{C} = \mathbb{C}$ ,  $\mathbb{C} \cdot \mathbb{C} = \mathbb{C}$  Biri tek diğeri çift tam sayı veya ikisi çift tam sayı olan iki tam sayının çarpımı çift tam sayıdır. ( $3 \cdot 2=6$  veya  $2 \cdot 4=8$  gibi) O halde, tam sayıların çarpımının sonucunun çift tam sayı olabilmesi için tam sayılardan en az bir tanesi çift tam sayı olması yeterlidir.
- 6) n pozitif tam sayı olmak üzere, pozitif tek tam sayının n. kuvveti tek, çift tam sayının n. kuvveti çift tam sayıdır. ( $3^2=9$  veya  $2^3=8$  gibi)  $T^n = \mathbb{T}$  ve  $\mathbb{C}^n = \mathbb{C}$ . Fakat her koşulda  $T^n = \mathbb{T}$  ve  $\mathbb{C}^n = \mathbb{C}$  diyemeyiz. Örneğin;  $3^{-1} = \frac{1}{3}$  veya  $2^{-1} = \frac{1}{2}$  sonuçlarla karşılaşılabiriz.)

### kavrama sorusu

a ve b tek tam sayı olduğuna göre, **aşağıdaki ifadelerin tek yada çift olup olmadıklarını bulunuz.**

- I.  $a+b$  II.  $a-b$  III.  $a \cdot b$  IV.  $a^3+b^2$  V.  $a^5 \cdot b^3$

### çözüm

Bu sorunun en kolay çözüm yolu a ve b için uygun tek tam sayılar seçmektir.

$a=1$  ve  $b=3$  seçelim. O halde,

- I.  $a+b=1+3=4$  (Çift) II.  $a-b=1-3=-2$  (Çift)  
III.  $a \cdot b=1 \cdot 3=3$  (Tek) IV.  $a^3+b^2=1^3+3^2=10$  (Çift)  
V.  $a^5 \cdot b^3=1^5 \cdot 3^3=1 \cdot 27=27$  (Tek)

### kavrama sorusu

a tek, b ve c çift tam sayı olduğuna göre, **aşağıdaki ifadelerin tek yada çift olup olmadıklarını bulunuz.**

- I.  $a+b$  II.  $a-c$  III.  $b+c$  IV.  $c-b$   
V.  $a \cdot b$  VI.  $b \cdot c$  VII.  $a \cdot b \cdot c$  VIII.  $a^2+b^2$

### çözüm

$a=1$ ,  $b=2$  ve  $c=0$  seçelim.

O halde,

- I.  $a+b=1+2=3$  (Tek) II.  $a-c=1-0=1$  (Tek)  
III.  $b+c=2+0=2$  (Çift) IV.  $c-b=0-2=-2$  (Çift)  
V.  $a \cdot b=1 \cdot 2=2$  (Çift) VI.  $b \cdot c=2 \cdot 0=0$  (Çift)  
VII.  $a \cdot b \cdot c=1 \cdot 2 \cdot 0=0$  (Çift) VIII.  $a^2+b^2=1^2+2^2=1+4=5$  (Tek)



**soru 1**

Aşağıdakilerden hangisi **yanlıştır**?

- A) İki tek tam sayının toplamı çifttir.
- B) İki çift tam sayının farkı çifttir.
- C) Biri tek diğeri çift olan iki tam sayının farkı tektir.
- D) İki tek tam sayının çarpımı tektir.
- E) Biri tek diğeri çift olan iki tam sayının çarpımı tektir.

**soru 2**

18 tane tam sayının çarpımı çift olduğuna göre, **en çok kaç tanesi tek tam sayıdır**?

- A) 18
- B) 17
- C) 16
- D) 15
- E) 14

**soru 3**

20 tane tam sayının çarpımı tek olduğuna göre, **bu sayılardan kaç tanesi tek tam sayıdır**?

- A) 20
- B) 19
- C) 10
- D) 2
- E) 1

**soru 4**

a ve b tek tam sayı olduğuna göre, **aşağıdaki ifadelerden hangisi ve hangileri doğrudur**?

- I.  $a+b$  çifttir.
- II.  $a-b$  çifttir.
- III.  $a.b$  tektir.
- IV.  $a^3+b^5$  çifttir.

- A) I, II ve III
- B) I, II ve IV
- C) I, II, III ve IV
- D) II, III ve IV
- E) I, III ve IV

**soru 5**

a tek ve b çift tam sayı olduğuna göre, **aşağıdakilerden kaç tanesi daima tek tam sayıdır**?

- I.  $a+b$
- II.  $b-a$
- III.  $a.b$
- IV.  $a^2+b^3$
- V.  $(a+b).b$

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 5

**soru 6**

a ve b çift tam sayı olduğuna göre, **aşağıdakilerden hangisi yanlıştır**?

- A)  $a+b$  çifttir.
- B)  $a-b$  çifttir.
- C)  $a^2+b^2$  çifttir.
- D)  $\frac{a}{b}$  çifttir.
- E)  $(a-b)^3$  çifttir.

**soru 7**

a çift, b ve c tek tam sayı olduğuna göre, **aşağıdakilerden kaç tanesi çift tam sayıdır**?

- I.  $b+c$
- II.  $a.b$
- III.  $a.b.c$
- IV.  $a+b-c$
- V.  $a^2+b^2+c^2$
- VI.  $a^3(b-c)^2$

- A) 2
- B) 3
- C) 4
- D) 5
- E) 6

**soru 8**

- I. Tek tam sayıların pozitif tamsayı kuvvetleri tektir.
- II. a tek ve b çift tam sayı ise  $a^b$  tek tam sayıdır.
- III. a tek ve b çift tam sayı ise  $b^a$  çift tam sayıdır.

**Yukarıda verilenlerden hangisi veya hangileri daima doğrudur?**

- A) I, II, III
- B) I ve II
- C) I ve III
- D) Yalnız I
- E) II ve III



### kavrama sorusu

Aşağıda verilen ifadelerin tek yada çift olup olmadıklarını bulunuz.

- I. 273.3015      II. 2013.1972      III.  $(315+272)^5$   
IV.  $3^{13} \cdot 7^{22}$       V.  $2^{73} \cdot 11^{102}$

### çözüm

- I.  $T \cdot T = T$  olduğundan 273.3015 çarpımı tek tam sayıdır.  
II.  $T \cdot \text{Ç} = \text{Ç}$  olduğundan 2013.1972 çarpımı çift tam sayıdır.  
III.  $T + \text{Ç} = T$  ve  $T^n = T (n \in \mathbb{N}^+)$  olduğundan  $(315+272)^5$  tek tam sayıdır.  
IV.  $T^n = T (n \in \mathbb{N}^+)$  ve  $T \cdot T = T$  olduğundan  $3^{13} \cdot 7^{22} = T \cdot T = T$  tek tam sayıdır.  
V.  $\text{Ç}^n = \text{Ç}$ ,  $T^n = T (n \in \mathbb{N}^+)$  ve  $\text{Ç} \cdot T = \text{Ç}$  olduğundan  $2^{73} \cdot 11^{102} = \text{Ç} \cdot T = \text{Ç}$  çift tam sayıdır.

### kavrama sorusu

a tek tam sayı olduğuna göre, aşağıdaki ifadelerin tek ya da çift olup olmadıklarını bulunuz.

- I.  $5a+7$       II.  $4a-3$       III.  $a^2+3a-11$       IV.  $(2a+1)^3$

### çözüm

a tek tam sayı olduğuna göre,  $a=1$  seçelim

O halde,

- I.  $5a+7=5 \cdot 1+7=5+7=12$  (Çift)  
II.  $4a-3=4 \cdot 1-3=4-3=1$  (Tek)  
III.  $a^2+3a-11=1^2+3 \cdot 1-11=1+3-11=-7$  (Tek)  
IV.  $(2a+1)^3=(2 \cdot 1+1)^3=3^3=27$  (Tek)

### kavrama sorusu

x tam sayı ve  $(3x+5)$  tek tam sayı olduğuna göre, x in tek ya da çift tam sayı olup, olmadığını bulunuz.

### çözüm

$\text{Ç} + T = T$  olduğundan 5 tek ve  $(3x+5)$  tek için  $3x$  çift tam sayı olmalıdır.

$3x$  çift olduğuna göre, x çift tam sayıdır.

**Cevap: x çift tam sayı**

### kavrama sorusu

a, b ve c tam sayı,  $(a \cdot b)$  tek tam sayı,  $(b+c)$  tek tam sayı olduğuna göre, a, b ve c sayılarının tek ya da çift tam sayı olup, olmadığını bulunuz.

### çözüm

$T \cdot T = T$  olduğundan a.b tek ise a ve b tektir.

$T + \text{Ç} = T$  olduğundan  $b+c$  tek ve b tek olduğundan, c çifttir.

O halde,

a tek, b tek ve c çift tam sayıdır.

**Cevap: a tek, b tek ve c çifttir.**



**soru 1**

Aşağıdakilerden kaç tanesi çift tam sayıdır?

- I.  $3025+27137$  IV.  $5^{13} \cdot 7^{21}$   
II.  $(273-10259)^2$  V.  $2^{17} \cdot 3^{23}$   
III.  $72536.301975$  VI.  $324^3 \cdot 2056^2$

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

**soru 2**

Aşağıdakilerden hangisi tek tam sayıdır?

- A)  $7^{13}-3^{15}$  B)  $5^{17} \cdot 8^{23}$  C)  $4^{20}+12^{15}$   
D)  $(7!+3!)^5$  E)  $(3!+0!)^7$

**soru 3**

a tek tam sayı olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A)  $(3a+11)$  çift tam sayıdır.  
B)  $(a^2+a-5)$  çift tam sayıdır.  
C)  $(a^3+2)$  tek tam sayıdır.  
D)  $(3-5a)^2$  çift tam sayıdır.  
E)  $(6a+7)$  tek tam sayıdır.

**soru 4**

a çift tam sayı olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A)  $(5a-7)$  çift tam sayıdır.  
B)  $(a^2+6)$  çift tam sayıdır.  
C)  $(a^3-5)$  tek tam sayıdır.  
D)  $(3a-8)^2$  çift tam sayıdır.  
E)  $(a^2+8)$  çift tam sayıdır.

**soru 5**

x tam sayı ve  $7x$  tek tam sayı olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) x tek tam sayıdır.  
B)  $(x-5)$  çift tam sayıdır.  
C)  $(x^3+3x+2)$  tek tam sayıdır.  
D)  $(3x+1)^2$  çift tam sayıdır.  
E)  $(x^5+x^3+x)$  tek tam sayıdır.

**soru 6**

x ve y tam sayı,  $5x$  çift tam sayı ve  $(3y+2)$  tek tam sayı olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) x çift tam sayıdır.  
B) y tek tam sayıdır.  
C) x.y çift tam sayıdır.  
D)  $(3x-5y)$  çift tam sayıdır.  
E)  $(x-y)^3$  tek tam sayıdır.

**soru 7**

a, b, c tam sayı, (a.c) tek tam sayı ve  $(b-c)$  çift tam sayı olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi veya hangileri doğrudur?

- I. a tek tam sayı  
II. b tek tam sayı  
III. c tek tam sayı

- A) I ve III B) I, II ve III C) II ve III D) I ve II E) Yalnız I

**soru 8**

a, b, c tam sayı, (a.b) tek tam sayı ve (b.c) çift tam sayı olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) a tek tam sayıdır. B) b tek tam sayıdır.  
C) c çift tam sayıdır. D)  $(a+b-c)$  çift tam sayıdır.  
E)  $(4a+3b-c)$  çift tam sayıdır.



### kavrama sorusu

a, b, c tam sayı ve  $a.b=4c-3$  olduğuna göre, **aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?**

- A) a tek, b çift tam sayıdır.
- B) a tek, b tek tam sayıdır.
- C) c tek tam sayıdır.
- D) a tek, c tek tam sayıdır.
- E) a çift, b çift tam sayıdır.

### kavrama sorusu

a, b, c tam sayı ve  $\frac{3a+8b}{2012}=5c+1$  olduğuna göre, **aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?**

- A) a tek tam sayıdır.
- B) a çift tam sayıdır.
- C) b tek tam sayıdır.
- D) b çift tam sayıdır.
- E) c çift tam sayıdır.

### kavrama sorusu

$(3x)$  tek tam sayı olduğuna göre, **aşağıdakilerden kaç tanesi daima çift tam sayıdır, bulunuz.**

- |               |              |              |
|---------------|--------------|--------------|
| I. $x+3$      | III. $4x+10$ | V. $6x-2$    |
| II. $x^2+x-4$ | IV. $3x+7$   | VI. $9x^2+5$ |

### kavrama sorusu

n tam sayı olduğuna göre, **aşağıdakilerden kaç tanesi daima çift tam sayıdır, bulunuz.**

- |               |                  |            |
|---------------|------------------|------------|
| I. $2^n$      | III. $4^{n^2+1}$ | V. $4!-8n$ |
| II. $6^{n+4}$ | IV. $n^2+n$      |            |

### çözüm

Tam sayıların çarpımının çift olabilmesi için en az bir tanesinin çift olması yeterlidir. O halde, c ne olursa olsun **4.c** çifttir.

$a.b=4c-3$  için a.b tektir.

**Çift Tek**

a.b tek olduğu için a ve b tek tam sayıdır.

**Cevap: B**

### çözüm

$\frac{3a+8b}{2012}=5c+1$  ise  $3a+8b=2012(5c+1)$  dir.

**2012.**(5c+1) ifadesi c ne olursa olsun çifttir.

**8.b** ifadesi b ne olursa olsun çifttir.

$3a+8b=2012(5c+1)$  için 3a çifttir.

**Çift Çift**

O halde, 3a çift ise a çifttir.

**Cevap: B**

### çözüm

x in tam sayı olduğu hakkında bilgi verilmediği için sadece  $(3x)$  ifadesinin katları ve kuvvetleri hakkında tek yada çift olduğu söylenebilir. Yani  $(3x)$  tek için x tektir diyemeyiz.

$(x=\frac{5}{3})$  seçilirse  $3x=3.\frac{5}{3}=5$  elde edilir.) O halde,

I, II ve III deki ifadelerin daima çift olduğu söylenemez.

IV.  $3x+7$  daima çifttir.

**Tek Tek**

V.  $6x-2=2.(3x)-2$  daima çifttir.

**Çift Çift**

VI.  $9x^2+5=(3x)^2+5$  daima çifttir.

**Tek Tek**

### çözüm

I.  $n=-1$  için  $2^n=2^{-1}=\frac{1}{2}$  olduğundan daima çift diyemeyiz.

II.  $n=-5$  için  $6^{n+4}=6^{-5+4}=6^{-1}=-$  olduğundan daima çift diyemeyiz.

III. Bütün n tam sayıları için  $n^2+1>0$  olduğundan  $4^{n^2+1}$  daima çifttir.

IV. Ardışık iki tam sayıdan biri tek, diğeri çift olduğundan çarpımları daima çifttir. O halde  $n^2+n=n(n+1)$  ifadesi daima çifttir.

V.  $4!=4.3.2.1=24 \Rightarrow 4!-8n$  daima çifttir.

**Çift Çift**

**Cevap: 3**



**soru 1**

a, b, c tam sayı ve  $a.b=8c+5$  olduğuna göre, **aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?**

- A) a tek, b tek tam sayıdır.
- B) a tek, b çift tam sayıdır.
- C) a tek, c tek tam sayıdır.
- D) b tek, c çift tam sayıdır.
- E) a çift, b tek tam sayıdır.

**soru 2**

a, b, c tam sayı ve  $a+3b=6(3c+5)$  olduğuna göre, **aşağıdakilerden hangisi daima çift tam sayıdır?**

- A) a.b
- B)  $2a+b$
- C)  $3a+4b$
- D)  $a^2+2ab+b^2$
- E)  $a^2+b^2+3ab$

**soru 3**

a, b, c tam sayı ve  $\frac{5a-4b}{2002}=13c+7$  olduğuna göre, **aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?**

- A) a tek tam sayıdır.
- B) a çift tam sayıdır.
- C) b tek tam sayıdır.
- D) c tek tam sayıdır.
- E) c çift tam sayıdır.

**soru 4**

a, b, c tam sayı ve  $\frac{a^2+b^3}{1972}=5c-2$  olduğuna göre, **aşağıdakilerden hangisi daima doğrudur?**

- A) (a.b) tek tam sayıdır.
- B)  $(3a-4b)$  tek tam sayıdır.
- C)  $(a+b+4c)$  çift tam sayıdır.
- D)  $(2a+b+6c)$  çift tam sayıdır.
- E)  $(a+b+c)$  çift tam sayıdır.

**soru 5**

$(5x)$  çift tam sayı olduğuna göre, **aşağıdakilerden hangisi tek tam sayıdır?**

- A)  $3x+7$
- B)  $x^2+x-1$
- C)  $4x+5$
- D)  $5x+6$
- E)  $5x-17$

**soru 6**

$(7x-2)$  tek tam sayı ve  $(11y+5)$  çift tam sayı olduğuna göre, **aşağıdakilerden hangisi daima çift tam sayıdır?**

- A)  $x+y$
- B)  $7x-y$
- C)  $x+11y$
- D)  $7x+11y$
- E)  $3x+4y$

**soru 7**

n tam sayı olmak üzere, **aşağıdakilerden kaç tanesi daima çift tam sayıdır?**

- I.  $2^{n+4}$
- III.  $6^n$
- V.  $n^2-n$
- II.  $4^{n+2000}$
- IV.  $8^{n^2+4}$
- VI.  $6!+10n$
- A) 2
- B) 3
- C) 4
- D) 5
- E) 6

**soru 8**

x, y tam sayı  $(x^2+x+y+3)$  tek tam sayı olduğuna göre, **aşağıdakilerden hangisi daima çift tam sayıdır?**

- A)  $y^x$
- B)  $y-x$
- C)  $x.y$
- D)  $x^2+y^2$
- E)  $y+3x$





## Ardışık Sayılar

Belli bir kurala göre ard arda sıralanan sayı dizilerine ardışık sayılar denir.

|   | Sayı örnekleri            | Ardışık iki sayı arasındaki fark | Ardışık sayıların bilinmeyen türünden ifade edilişi |
|---|---------------------------|----------------------------------|---|
| <b>Ardışık tam sayılar</b>                    | ..., -2, -1, 0, 1, 2, ... | 1                                | ..., x-2, x-1, x, x+1, x+2, ...                     |
| <b>Ardışık çift tam sayılar</b>               | ..., -4, -2, 0, 2, 4, ... | 2                                | ..., y-4, y-2, y, y+2, y+4, ...                     |
| <b>Ardışık tek tam sayılar</b>                | ..., -3, -1, 1, 3, 5, ... | 2                                | ..., m-4, m-2, m, m+2, m+4, ...                     |
| <b>3 ile bölünen ardışık tam sayılar</b>      | ..., -6, -3, 0, 3, 6, ... | 3                                | ..., k-6, k-3, k, k+3, k+6, ...                     |
| <b>5 ile bölünen ardışık çift tam sayılar</b> | ..., -10, 0, 10, 20, ...  | 10                               | ..., n-10, n, n+10, ...                             |

### kavrama sorusu

$a < b < c$  ve  $a, b, c$  ardışık tam sayılar olduğuna göre,  $(a-c) \cdot (c-b) + (a-b)^3$  işleminin sonucunu bulunuz.

### çözüm

$a, b$  ve  $c$  ardışık sayılar olduğundan,

$a=1$  ,  $b=2$  ve  $c=3$  alabiliriz.

$$(a-c) \cdot (c-b) + (a-b)^3 = (1-3) \cdot (3-2) + (1-2)^3$$

$$= (-2) \cdot 1 + (-1)^3 = -2 - 1 = -3 \text{ bulunur.}$$

**Cevap: -3**

### kavrama sorusu

$a < b < c$  ,  $a, b, c$  ardışık tek tam sayılar ve  $2a+3b-c=86$  olduğuna göre,  **$c$  kaçtır, bulunuz.**

### çözüm

$2a+3b-c=86$  olduğundan  $a, b$  ve  $c$  yerine rastgele tek tam sayı değerleri veremiyoruz.

Ardışık tek tam sayılar arasındaki fark 2 olduğundan,  $c$  yerine  $c$ ,  $b$  yerine  $c-2$ ,  $a$  yerine  $c-4$  yazalım. O halde,

$$\begin{array}{ccc} c-4 & , & c-2 & , & c \\ \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\ a & < & b & < & c \end{array}$$

$$2a+3b-c=2(c-4)+3(c-2)-c=86$$

$$2c-8+3c-6-c=86$$

$$4c=86+14=100$$

$$c=25$$

**Cevap: 25**

### kavrama sorusu

$(3n-2)$  ile  $(n+8)$  ardışık çift tam sayılar olduğuna göre,  **$n$  nin alabileceği değerleri bulunuz.**

### çözüm

Ardışık çift tam sayılar arasındaki fark 2 dir. O halde,

$$(3n-2) - (n+8) = 2 \quad \text{veya} \quad (n+8) - (3n-2) = 2$$

$$3n-2-n-8=2 \quad \quad \quad n+8-3n+2=2$$

$$2n-10=2 \quad \quad \quad -2n+10=2$$

$$2n=12 \quad \quad \quad -2n=-8$$

$$n=6 \quad \quad \quad n=4$$

**Cevap: {4, 6}**

### kavrama sorusu

5 tane ardışık çift tam sayının toplamı 120 olduğuna göre, **bu sayılardan en büyük olanı kaçtır, bulunuz.**

### çözüm

Ardışık çift tam sayılar arasındaki fark 2 dir. Bu sayılar,

$x-4, x-2, x, x+2, x+4$  olsun. O halde,

$$x-4+x-2+x+x+2+x+4=120$$

$$5x=120$$

$$x=24$$

$$\text{En büyük sayı: } x+4=24+4=28$$

**Cevap: 28**



**soru 1**

$a < b < c$  ve  $a, b, c$  ardışık tam sayılar olduğuna göre,  
 $\frac{(a-b)(a-c)}{c-b}$  işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -4      B) -2      C) 1      D) 2      E) 4

**soru 2**

$a < b < c$  ve  $a, b, c$  ardışık çift tam sayılar olduğuna göre,  
 $(a-c)^2 + (b-c) \cdot (b-a)$  işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 20      B) 17      C) 16      D) 12      E) 10

**soru 3**

$a < b < c$  ve  $a, b, c$  ardışık tek tam sayılar ve  $3a+2b+c=62$  olduğuna göre, **b** kaçtır?

- A) 9      B) 11      C) 13      D) 15      E) 17

**soru 4**

Ardışık üç tek tam sayıdan küçük olanının 3 katı ile ortanca olanının toplamı büyük olanının 2 katına eşittir.

**Buna göre, bu sayıların toplamı kaçtır?**

- A) 3      B) 9      C) 15      D) 21      E) 27

**soru 5**

$(2n+5)$  ile  $(n-7)$  ardışık tam sayılar olduğuna göre, **n in alabileceği değerler toplamı kaçtır?**

- A) -24      B) -18      C) -13      D) -11      E) -6

**soru 6**

$(4n+7)$  ile  $(2n-3)$  ardışık tek tam sayılar olduğuna göre, **n in alabileceği değerler çarpımı kaçtır?**

- A) -24      B) -12      C) 12      D) 18      E) 24

**soru 7**

**7 tane ardışık tek tam sayının toplamı 315 ise en küçük sayı aşağıdakilerden hangisidir?**

- A) 37      B) 39      C) 41      D) 43      E) 45

**soru 8**

5 tane ardışık çift sayının toplamı A dır.

**En büyük sayının A türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?**

- A)  $\frac{A-20}{5}$       B)  $\frac{A}{5}$       C)  $\frac{A+10}{5}$   
D)  $\frac{A+15}{5}$       E)  $\frac{A+20}{5}$



### kavrama sorusu

6 tane 3 ile tam bölünen ardışık tam sayıların toplamı 81 olduğuna göre, **bu sayılardan en küçük olanı kaçtır, bulunuz.**

### çözüm

3 ile tam bölünen ardışık tam sayılar arasındaki fark 3 tür. Bu sayılar  $x-6, x-3, x, x+3, x+6, x+9$  olsun. O halde,

$$\begin{aligned} x-6+x-3+x+x+3+x+6+x+9 &= 81 \\ 6x+9 &= 81 \\ 6x &= 72 \\ x &= 12 \end{aligned}$$

En küçük sayı:  $x-6=12-6=6$

**Cevap: 6**

### kavrama sorusu

3 tane ardışık tek tam sayının çarpımı toplamalarının 7 katına eşit olduğuna göre, **bu sayıları bulunuz.**

### çözüm

Ardışık tek tam sayılar arasındaki fark 2 dir.

Bu sayılar  $x-2, x, x+2$  olsun. O halde,

$$\begin{aligned} (x-2) \cdot x \cdot (x+2) &= 7(x-2+x+2) \\ (x-2) \cdot x \cdot (x+2) &= 7 \cdot 3x \\ x^2-4 &= 21 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 &= 25 \\ x &= 5 \quad \text{veya} \quad x = -5 \end{aligned}$$

Sayılar  $x-2, x, x+2$  olduğu için

$x=5$  için 3, 5, 7 ve  $x=-5$  için -7, -5, -3 bulunur.

**Cevap: -7, -5, -3 veya 3, 5, 7**

### kavrama sorusu

$a, b$  ardışık çift tam sayılar  $a < b$  ve  $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{24}$  olduğuna göre,  **$a+b$  toplamının alabileceği değerleri, bulunuz.**

### çözüm

$a < b$ ,  $a$  ve  $b$  ardışık çift tam sayılar olduğuna göre,  $b=a+2$  dir.

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{a} - \frac{1}{a+2} = \frac{a+2-a}{a^2+2a} = \frac{2}{a^2+2a}$$

$$\frac{2}{a^2+2a} = \frac{1}{24} \quad \text{ise} \quad a^2+2a=48$$

$$a^2+2a-48=0$$

$$(a+8)(a-6)=0$$

$$a=-8 \text{ veya } a=6$$

$$a=-8 \quad \text{ise} \quad b=a+2=-6 \Rightarrow a+b=-14$$

$$a=6 \quad \text{ise} \quad b=a+2=8 \Rightarrow a+b=14$$

**Cevap: -14 veya 14**

### kavrama sorusu

$n$  doğal sayı,  $4n-3$  den sonra gelen çift doğal sayı ile önce gelen tek doğal sayının toplamı 65 olduğuna göre,  **$n$  kaçtır, bulunuz.**

### çözüm

$4n$  çift, 3 tek olduğu için

$4n-3$  tek doğal sayıdır. O halde,

$4n-3$  den sonra gelen çift sayı:  $4n-3+1=4n-2$

Önce gelen tek sayı:  $4n-3-2=4n-5$

$$4n-2+4n-5=65$$

$$8n-7=65$$

$$8n=72$$

$$n=9$$

**Cevap: 9**



**soru 1**

4 tane 3 ile tam bölünen ardışık tam sayının toplamı 138 olduğuna göre, **bu sayılardan en büyük olanı aşağıdakilerden hangisidir?**

- A) 30      B) 33      C) 36      D) 39      E) 42

**soru 2**

5 tane 7 ile bölünen ardışık tam sayının toplamı -35 olduğuna göre, **bu sayılardan en küçük olanı aşağıdakilerden hangisidir?**

- A) -35      B) -28      C) -21      D) -14      E) -7

**soru 3**

3 tane pozitif ardışık çift tam sayının çarpımı toplamlarının 20 katına eşit olduğuna göre, **bu sayılardan en büyük olanı aşağıdakilerden hangisidir?**

- A) 8      B) 10      C) 12      D) 14      E) 16

**soru 4**

3 tane ardışık tek tam sayının çarpımı toplamlarının -1 katına eşit olduğuna göre, **bu sayıların çarpımı aşağıdakilerden hangisi olabilir?**

- A) -15      B) -3      C) 15      D) 27      E) 45

**soru 5**

a, b ardışık pozitif tam sayılar  $a < b$  ve  $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{90}$  olduğuna göre, **a+b toplamı kaçtır?**

- A) 11      B) 13      C) 15      D) 17      E) 19

**soru 6**

a, b ardışık çift tam sayılar  $a < b$  ve  $\frac{2}{a} - \frac{3}{b} = -\frac{1}{20}$  olduğuna göre, **a+b toplamı aşağıdakilerden hangisi olabilir?**

- A) 22      B) 14      C) 10      D) -18      E) -22

**soru 7**

n doğal sayı,  $6n-5$  den sonra gelen tek doğal sayı ile önce gelen çift doğal sayının toplamı 87 olduğuna göre, **n kaçtır?**

- A) 10      B) 9      C) 8      D) 7      E) 6

**soru 8**

n doğal sayı,  $4n+4$  den sonra gelen tek doğal sayı ile  $2n-5$  den önce gelen çift doğal sayının toplamı 65 olduğuna göre, **n kaçtır?**

- A) 8      B) 9      C) 10      D) 11      E) 12

1 - D

2 - C

3 - B

4 - B

5 - E

6 - A

7 - C

8 - D



## Sonlu Ardışık Sayıların Terim Sayısı ve Toplamını Bulma

Bu bölümde belli bir kurala göre ard arda gelen sayıların terim sayısını ve toplamını aşağıda verilen formüllerle bulmayı öğreneceğiz.

$$\text{Terim Sayısı} = \frac{\text{Son terim} - \text{İlk terim}}{\text{Ortak fark}} + 1$$

$$\text{Toplamları} = \frac{\text{Son terim} + \text{İlk terim}}{2} \cdot \text{Terim Sayısı}$$

### kavrama sorusu

3 ile bölünen iki basamaklı kaç doğal sayı vardır, bulunuz.

### çözüm

İlk önce 3 ile bölünen iki basamaklı doğal sayılar kümesini yazalım.

$$\{12, 15, 18, 21, \dots, 96, 99\}$$

$$\begin{aligned} \text{Terim Sayısı} &= \frac{\text{Son terim} - \text{İlk terim}}{\text{Ortak fark}} + 1 \\ &= \frac{99 - 12}{3} + 1 = \frac{87}{3} + 1 = 29 + 1 = 30 \end{aligned}$$

**Cevap: 30**

### kavrama sorusu

5 ile bölündüğünde 2 kalanını veren iki basamaklı doğal sayıların toplamını bulunuz.

### çözüm

İlk önce 5 ile bölündüğünde 2 kalanını veren iki basamaklı doğal sayılar kümesini yazalım.

$$\{12, 17, 22, 27, \dots, 92, 97\}$$

$$\begin{aligned} \text{Terim Sayısı} &= \frac{\text{Son terim} - \text{İlk terim}}{\text{Ortak fark}} + 1 \\ &= \frac{97 - 12}{5} + 1 = \frac{85}{5} + 1 = 18 \\ \text{Toplamları} &= \frac{\text{Son terim} + \text{İlk terim}}{2} \cdot \text{Terim Sayısı} \\ &= \frac{97 + 12}{2} \cdot 18 = \frac{109}{2} \cdot 18 = 109 \cdot 9 = 981 \end{aligned}$$

**Cevap: 981**

### kavrama sorusu

7+13+19+.....+73+79 toplamının sonucunu bulunuz.

### çözüm

İlk terim=7, Son terim=79, Ortak fark=6

$$\begin{aligned} \text{Terim Sayısı} &= \frac{\text{Son terim} - \text{İlk terim}}{\text{Ortak fark}} + 1 \\ &= \frac{79 - 7}{6} + 1 = \frac{72}{6} + 1 = 13 \\ \text{Toplamları} &= \frac{\text{Son terim} + \text{İlk terim}}{2} \cdot \text{Terim Sayısı} \\ &= \frac{79 + 7}{2} \cdot 13 = \frac{86}{2} \cdot 13 = 43 \cdot 13 = 559 \end{aligned}$$

**Cevap: 559**

### kavrama sorusu

0,1+0,4+0,7+.....+5,5+5,8 toplamının sonucunu bulunuz.

### çözüm

İlk terim=0,1, Son terim=5,8, Ortak fark=0,3

$$\begin{aligned} \text{Terim Sayısı} &= \frac{\text{Son terim} - \text{İlk terim}}{\text{Ortak fark}} + 1 \\ &= \frac{5,8 - 0,1}{0,3} + 1 = \frac{5,7}{0,3} + 1 = 20 \\ \text{Toplamları} &= \frac{\text{Son terim} + \text{İlk terim}}{2} \cdot \text{Terim Sayısı} \\ &= \frac{5,8 + 0,1}{2} \cdot 20 = \frac{5,9}{2} \cdot 20 = 5,9 \cdot 10 = 59 \end{aligned}$$

**Cevap: 59**



**soru 1**

4 ile bölünen iki basamaklı kaç doğal sayı vardır?

- A) 22      B) 24      C) 25      D) 28      E) 30

**soru 2**

23 ile 145 arasında kaç tane çift doğal sayı vardır?

- A) 56      B) 58      C) 59      D) 60      E) 61

**soru 3**

3 ile bölündüğünde 1 kalanını veren iki basamaklı doğal sayıların toplamı kaçtır?

- A) 1305      B) 1405      C) 1505      D) 1605      E) 1705

**soru 4**

5 ile bölünen iki basamaklı doğal sayıların toplamı kaçtır?

- A) 845      B) 900      C) 945      D) 955      E) 975

**soru 5**

$13+16+19+.....+43+46$  toplamının sonucu kaçtır?

- A) 372      B) 366      C) 360      D) 354      E) 348

**soru 6**

$15+18+21+.....+3n=135$  olduğuna göre,  $n$  kaçtır?

- A) 7      B) 8      C) 9      D) 10      E) 11

**soru 7**

$2,5+2,9+3,3+.....+10,1$  toplamının sonucu kaçtır?

- A) 124      B) 125      C) 126      D) 127      E) 128

**soru 8**

$\frac{1}{11} + \frac{3}{11} + \frac{5}{11} + ..... + \frac{21}{11}$  toplamının sonucu kaçtır?

- A) 10      B) 11      C) 20      D) 22      E) 33



**kavrama sorusu**

$A = 101 + 105 + 109 + \dots + 493 + 497$  olduğuna göre,  
**A'nın her bir terimi 3 artırılırsa toplam kaç artar, bulunuz.**

**çözüm**

$$\begin{aligned} \text{Terim Sayısı} &= \frac{\text{Son terim} - \text{İlk terim}}{\text{Ortak fark}} + 1 \\ &= \frac{497 - 101}{4} + 1 = \frac{396}{4} + 1 = 100 \\ (101 + 3) + (105 + 3) + (109 + 3) + \dots + (493 + 3) + (497 + 3) \\ &= \underbrace{101 + 105 + 109 + \dots + 493 + 497}_A + \underbrace{3 + 3 + 3 + \dots + 3 + 3}_{100 \text{ tane}} \\ &= A + 3 \cdot 100 = A + 300 \end{aligned}$$

O halde toplam 300 artar.

**Cevap: 300**

**kavrama sorusu**

$A = 39 + 42 + 45 + \dots + 81 + 84$   
 $B = 41 + 44 + 47 + \dots + 83 + 86$  olduğuna göre,  
**A - B kaçtır, bulunuz.**

**çözüm**

$$\begin{aligned} A &= 39 + 42 + 45 + \dots + 81 + 84 \\ + \quad B &= -41 - 44 - 47 - \dots - 83 - 86 \\ \hline A - B &= -2 - 2 - 2 - \dots - 2 - 2 \\ &\quad \text{A veya B'nin terim sayısı kadar} \end{aligned}$$

O halde A'nın terim sayısını bulalım.

$$\begin{aligned} \text{Terim Sayısı} &= \frac{\text{Son terim} - \text{İlk terim}}{\text{Ortak fark}} + 1 \\ &= \frac{84 - 39}{3} + 1 = \frac{45}{3} + 1 = 16 \\ A - B &= -2 - 2 - 2 - \dots - 2 = 16 \cdot (-2) = -32 \end{aligned}$$

**Cevap: -32**

**kavrama sorusu**

$1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots + 2001 - 2002 + 2003$  işleminin sonucunu bulunuz.

**çözüm**

$$\begin{aligned} 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots + 2001 - 2002 + 2003 \\ \underbrace{-1 \quad -1 \quad -1 \quad \dots \quad -1}_{1001 \text{ tane } (-1)} \end{aligned}$$

$$1001 \cdot (-1) + 2003 = (-1001) + 2003 = 1002$$

**Cevap: 1002**

**kavrama sorusu**

$A = 2.5 + 3.6 + 4.7 + \dots + 15.18$  olduğuna göre,  
**A'nın her bir teriminin ikinci çarpanı 3 artırılırsa toplam kaç artar, bulunuz.**

**çözüm**

$A = 2.5 + 3.6 + 4.7 + \dots + 15.18$  toplamında ikinci çarpanları 3 artırırsak

$$\begin{aligned} A + x &= 2.(5 + 3) + 3.(6 + 3) + 4.(7 + 3) + \dots + 15.(18 + 3) \\ A + x &= 2.5 + 6 + 3.6 + 9 + 4.7 + 12 + \dots + 15.18 + 45 \\ A + x &= 2.5 + 3.6 + 4.7 + \dots + 15.18 + (6 + 9 + 12 + \dots + 45) \\ x &= 6 + 9 + 12 + \dots + 45 \\ &= \left( \frac{45 - 6}{3} + 1 \right) \cdot \left( \frac{45 + 6}{2} \right) = 357 \end{aligned}$$

**Cevap: 357**



**soru 1**

$A = 103 + 108 + 113 + \dots + 223$  olduğuna göre, **A** nın her bir terimi 4 artırılırsa toplam kaç artar?

- A) 80      B) 96      C) 100      D) 120      E) 128

**soru 2**

$A = 71 + 77 + 83 + \dots + 209$  olduğuna göre, **A** nın her bir terimi 5 artırıldığında toplam kaç artar?

- A) 105      B) 110      C) 115      D) 120      E) 124

**soru 3**

$$A = 43 + 47 + 51 + \dots + 87 + 91$$

$$B = 40 + 44 + 48 + \dots + 84 + 88$$

olduğuna göre, **A-B** kaçtır?

- A) 42      B) 39      C) 36      D) 33      E) 30

**soru 4**

$$A = 42 + 46 + 50 + \dots + 78 + 82$$

$$B = 45 + 49 + 53 + \dots + 81$$

olduğuna göre, **A-B** kaçtır?

- A) -52      B) -30      C) 30      D) 52      E) 82

**soru 5**

$3 - 5 + 7 - 9 + 11 - 13 + \dots + 75 - 77$  işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -38      B) -36      C) -34      D) -32      E) -30

**soru 6**

$$1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots + 2011 - 2012$$

$$-2 + 4 - 6 + 8 - 10 + 12 + \dots - 4022 + 4024$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $-\frac{1}{8}$       B)  $-\frac{1}{4}$       C)  $-\frac{1}{2}$       D)  $\frac{1}{4}$       E)  $\frac{1}{2}$

**soru 7**

$$A = 3.7 + 4.8 + 5.9 + \dots + 20.24$$

olduğuna göre, **A** nın her bir teriminin ikinci çarpanı 2 artırılırsa toplam kaç artar?

- A) 432      B) 414      C) 396      D) 378      E) 360

**soru 8**

$$A = 5.6 + 6.7 + 7.8 + \dots + 15.16$$

olduğuna göre, **A** nın her bir teriminin birinci çarpanı 1 artırılır, ikinci çarpanı 2 azaltılırsa toplam kaç azalır?

- A) 135      B) 133      C) 130      D) 126      E) 121





Ardışık doğal sayıların toplamı:  $1+2+3+\dots+n=\frac{n.(n+1)}{2}$

Ardışık çift doğal sayıların toplamı:  $2+4+6+\dots+2n=n.(n+1)$

Ardışık tek doğal sayıların toplamı:  $1+3+5+\dots+(2n-1)=n^2$

(Yukarıdaki formülleri terim sayısı ve toplam bulma formüllerinde elde edebiliriz.)

#### kavrama sorusu

Aşağıdaki toplamların sonuçlarını bulunuz.

- a)  $1+2+3+\dots+30$
- b)  $2+4+6+\dots+40$
- c)  $1+3+5+\dots+79$

#### çözüm

$$a) 1+2+3+\dots+30=\frac{n.(n+1)}{2}=\frac{30.31}{2}=465$$

$$b) 2+4+6+\dots+40=n.(n+1)=20.21=420$$

$$(2n=40 \text{ ise } n=20)$$

$$c) 1+3+5+\dots+79=n^2=40^2=1600$$

$$(2n-1=79 \text{ ise } n=40)$$

#### kavrama sorusu

41 den 104 e kadar olan çift doğal sayıların toplamı kaçtır, bulunuz.

#### çözüm

$$42+44+46+\dots+104=x \text{ olsun.}$$

$$2+4+6+\dots+40+42+44+\dots+104=52.53$$

$$20.21 + x = 52.53$$

$$20.21+x=52.53$$

$$x=52.53-20.21$$

$$x=2336$$

**Cevap: 2336**

#### kavrama sorusu

n doğal sayı olmak üzere, 1 den n ye kadar olan doğal sayıların toplamı x, 5 den n ye kadar olan doğal sayıların toplamı y ve  $x+y=146$  olduğuna göre, n kaçtır, bulunuz.

#### çözüm

$$1+2+3+4+5+6+\dots+n=x$$

$$5+6+\dots+n=y \text{ dir.}$$

$$1+2+3+4+5+6+\dots+n=x$$

$$x+y=x+(x-10)=146 \Rightarrow x=78$$

$$1+2+3+\dots+n=x \text{ ise } \frac{n.(n+1)}{2}=x=78$$

$$n.(n+1)=156=12.13 \text{ ise } n=12 \text{ dir.}$$

**Cevap: 12**

#### kavrama sorusu

n doğal sayı, (n+1) den 2n e kadar olan doğal sayıların toplamı 40 olduğuna göre, n kaçtır, bulunuz.

#### çözüm

$$(n+1)+(n+2)+(n+3)+\dots+(n+n)=40$$

$$(n+n+\dots+n)+(1+2+3+\dots+n)=40$$

$$n.n+\frac{n.(n+1)}{2}=40$$

$$\frac{n^2}{1}+\frac{n^2+n}{2}=\frac{40}{1} \text{ ise } 2n^2+n^2+n=80$$

$$3n^2+n=80$$

$$n(3n+1)=5.16$$

$$n=5$$

**Cevap: 5**



**soru 1**

$$1+2+3+\dots\dots\dots+50$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1275      B) 1400      C) 1680      D) 2050      E) 2550

**soru 2**

$$2+4+6+\dots\dots\dots+50$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 480      B) 650      C) 740      D) 890      E) 1140

**soru 3**

$$1+3+5+\dots\dots\dots+49$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 440      B) 550      C) 625      D) 740      E) 890

**soru 4**

$$1+2+3+\dots\dots\dots+10$$

$$1+3+5+\dots\dots\dots+19$$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{10}{19}$       B)  $\frac{11}{20}$       C)  $\frac{10}{11}$       D)  $\frac{11}{10}$       E)  $\frac{20}{11}$

**soru 5**

30 dan 103 e kadar olan çift doğal sayıların toplamı kaçtır?

- A) 2542      B) 2442      C) 2402      D) 2268      E) 2202

**soru 6**

14 den 45 e kadar olan tek doğal sayıların toplamı kaçtır?

- A) 480      B) 450      C) 420      D) 400      E) 390

**soru 7**

n doğal sayı olmak üzere 1 den n ye kadar olan doğal sayıların toplamı x, 3 den n ye kadar olan doğal sayıların toplamı y ve  $x+y=69$  olduğuna göre, **n kaçtır?**

- A) 5      B) 6      C) 7      D) 8      E) 9

**soru 8**

n doğal sayı olmak üzere, 1 den (n-1) e kadar olan doğal sayıların toplamı x, 5 den n ye kadar olan doğal sayıların toplamı y ve  $x+y=80$  olduğuna göre, **n kaçtır?**

- A) 6      B) 7      C) 8      D) 9      E) 10



## Asal Sayılar

1 den ve kendisinden başka pozitif tam sayı böleni olmayan 1 den büyük doğal sayılara asal sayı denir.

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, ..... sayıları asal sayıdır.

Asal sayılar kümesinde 2 den başka çift sayı yoktur.

### kavrama sorusu

İki asal sayının toplamı 45 olduğuna göre, çarpımları kaçtır, bulunuz.

### çözüm

45 tek sayı olduğundan sayıların biri tek diğeri, çift asal sayı olmalıdır. ( $T + Ç = T$ )

O halde, biri 2 diğeri  $45 - 2 = 43$  tür.

Çarpımları  $2 \cdot 43 = 86$  dir.

**Cevap: 86**

### kavrama sorusu

a ve b pozitif tam sayı,  $(2a+3) \cdot (b-3) = 19$  olduğuna göre, **a+b** toplamını bulunuz.

### çözüm

19 asal sayı olduğundan  $19 = 19 \cdot 1$  şeklinde yazılır.

$(2a+3) \cdot (b-3) = 19 = 19 \cdot 1$  için 2 durum vardır.

**1. durum**  $2a+3=19$  için  $a=8$

$b-3=1$  için  $b=4$

veya

**2. durum**  $2a+3=1$  için  $a=-1$

$b-3=19$  için  $b=22$

$-1 \notin \mathbb{Z}^+$  olduğu için  $a+b=8+4=12$

**Cevap: 12**

### kavrama sorusu

a ve b doğal sayı,  $a^2 - b^2 = 17$  olduğuna göre,  **$a^2 + b^2$**  toplamını bulunuz.

### çözüm

$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b) = 17 = 1 \cdot 17$  (17 asal sayı olduğundan)

a ve b doğal sayı ise  $a-b < a+b$  olduğundan

$a-b=1$  ,  $a+b=17$  dir.

$\left. \begin{array}{l} a-b=1 \\ a+b=17 \end{array} \right\}$  denklem sistemini çözersek  
 $a=9$  ,  $b=8$  bulunur.

O halde  $a^2 + b^2 = 9^2 + 8^2 = 81 + 64 = 145$

**Cevap: 145**

### kavrama sorusu

a, b, c asal sayı ve  $(b-c) \cdot (c^3 + b) = a$  olduğuna göre, **a+b+c** toplamını bulunuz.

### çözüm

a asal sayı olduğundan

$a = a \cdot 1$  şeklinde yazılır.

$(b-c) \cdot (c^3 + b) = a = a \cdot 1$  için

$b-c=1$  ve  $c^3 + b = a$  dir.

$b-c=1$  için  $b=3$  ,  $c=2$  dir. (ardışık başka asal sayı yoktur)

$c^3 + b = 2^3 + 3 = 11 = a$

O halde  $a+b+c = 11+3+2 = 16$  dir.

**Cevap: 16**



**soru 1**

İki asal sayının toplamı 75 olduğuna göre, **çarpımları kaçtır?**

- A) 134      B) 142      C) 146      D) 158      E) 166

**soru 2**

a ve b pozitif tam sayı  $(a+1).(b-2)=17$  olduğuna göre, **a+b toplamı kaçtır?**

- A) 21      B) 19      C) 17      D) 15      E) 13

**soru 3**

a ve b pozitif tam sayı,  $(3a+1).(b-5)=31$  olduğuna göre, **a+b toplamı kaçtır?**

- A) 16      B) 20      C) 24      D) 32      E) 36

**soru 4**

a, b, c pozitif tam sayı,  $(b-c).(a+2b+3c)=19$  olduğuna göre, **a'nın alabileceği en küçük değer kaçtır?**

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

**soru 5**

a, b doğal sayı ve  $a^2-b^2=41$  olduğuna göre,  **$2a+3b$  toplamı kaçtır?**

- A) 110      B) 108      C) 107      D) 103      E) 102

**soru 6**

a, b tam sayı ve  $a^2-b^2=13$  olduğuna göre,  **$2a-3b$  nin alabileceği en büyük değer kaçtır?**

- A) 4      B) 9      C) 18      D) 32      E) 36

**soru 7**

a, b, c asal sayı ve  $(b-c).(b^2+c^3)=a$  olduğuna göre, **a+b+c toplamı kaçtır?**

- A) 28      B) 22      C) 21      D) 19      E) 17

**soru 8**

a, b, c asal sayı ve  $(a^b-b^a).(a+b)=c$  olduğuna göre, **a+b+c toplamı kaçtır?**

- A) 17      B) 15      C) 13      D) 12      E) 10



## Asal Çarpanlara Ayırma

$x, y, z$  doğal sayılar ve  $a, b, c$  birbirinden farklı asal sayılar olmak üzere, herhangi bir  $A$  pozitif tam sayısının  $A = a^x \cdot b^y \cdot c^z$  biçimindeki yazılışına  $A$  sayısının asal çarpanlarına ayrılması denir.  $a, b$  ve  $c$  sayıları  $A$  sayısının asal çarpanlarıdır.

Asal çarpanlar aynı zamanda asal bölenlerdir.

### kavrama sorusu

48 sayısını asal çarpanlara ayırınız.

### çözüm

48 sayısını en küçük asal sayı olan 2'ye böleriz. 2'ye bölünmeye kadar bu işlemi devam ettirip daha sonra 3, 5 veya 7 gibi asal sayılarla bölmeye devam ederiz.

$$\begin{array}{r|l} 48 & 2 \\ 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} 4 \text{ tane} \\ 1 \text{ tane} \end{array} \quad 48 = 2^4 \cdot 3^1$$

**Cevap:**  $2^4 \cdot 3$

### kavrama sorusu

$A = 18^2 \cdot 12^3$  sayısının asal bölenlerini bulunuz.

### çözüm

$$\begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$18 = 2 \cdot 3^2 \quad 12 = 2^2 \cdot 3$$

$$A = 18^2 \cdot 12^3 = (2 \cdot 3^2)^2 \cdot (2^2 \cdot 3)^3$$

$$= 2^2 \cdot 3^4 \cdot 2^6 \cdot 3^3$$

$$= 2^{2+6} \cdot 3^{4+3}$$

$$= 2^8 \cdot 3^7$$

O halde,  $A$  sayısının asal bölenleri 2 ve 3 tür. **Cevap:** {2, 3}

### kavrama sorusu

$A = 11^3 + 22^3 + 33^3$  sayısının asal bölenlerinin toplamını bulunuz.

### çözüm

$$A = 11^3 + 22^3 + 33^3 = 11^3 + (2 \cdot 11)^3 + (3 \cdot 11)^3$$

$$= 11^3 + 2^3 \cdot 11^3 + 3^3 \cdot 11^3$$

$$= 11^3(1 + 2^3 + 3^3)$$

$$= 11^3(1 + 8 + 27)$$

$$= 11^3 \cdot 36$$

$$= 11^3 \cdot 2^2 \cdot 3^2$$

$A$  sayısının asal bölenleri 2, 3 ve 11 dir. O halde  $2 + 3 + 11 = 16$

**Cevap:** 16

### kavrama sorusu

11! sayısının asal bölenlerini bulunuz.

### çözüm

11! sayısının asal bölenleri 11 ve 11 den küçük asal sayılardır.

O halde, 2, 3, 5, 7 ve 11 dir.

**Cevap:** {2, 3, 5, 7, 11}



**soru 1**

210 sayısının asal çarpanlarından biri aşağıdakilerden hangisi değildir?

- A) 2      B) 3      C) 5      D) 7      E) 11

**soru 2**

60 sayısının asal bölenlerinin toplamı kaçtır?

- A) 5      B) 9      C) 10      D) 13      E) 16

**soru 3**

$A=24^2 \cdot 18^3$  sayısının asal çarpanlarına ayrılmış şekli aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $2^8 \cdot 3^9$       B)  $2^9 \cdot 3^8$       C)  $2^9 \cdot 3^6$       D)  $2^{10} \cdot 3^8$       E)  $2^{18} \cdot 3^{12}$

**soru 4**

$A=60^3 \cdot 21^4$  sayısının asal bölenlerinin toplamı kaçtır?

- A) 17      B) 16      C) 15      D) 12      E) 10

**soru 5**

$A=13^2+26^2+39^2$  sayısının asal bölenlerinin toplamı kaçtır?

- A) 27      B) 22      C) 20      D) 19      E) 18

**soru 6**

$A=14^3+21^3$  sayısı aşağıdakilerden hangisine tam bölünemez?

- A)  $7^4$       B)  $7^2 \cdot 5$       C)  $7^3$       D)  $7^4 \cdot 5$       E)  $7^2 \cdot 5^2$

**soru 7**

15! sayısının asal bölenleri kaç tanedir?

- A) 15      B) 10      C) 7      D) 6      E) 5

**soru 8**

$A=11!+12!$  sayısı aşağıdakilerden hangisine tam bölünemez?

- A) 121      B) 91      C) 77      D) 66      E) 65



**kavrama sorusu**

a ve b pozitif tam sayı,  $a^4=72.b$  olduğuna göre, **a + b toplamının alabileceği en küçük değeri bulunuz.**

**çözüm**

|    |   |
|----|---|
| 72 | 2 |
| 36 | 2 |
| 18 | 2 |
| 9  | 3 |
| 3  | 3 |
| 1  |   |

$$72=2^3 \cdot 3^2$$

$a^4=72.b=2^3 \cdot 3^2 \cdot b$  eşitliğinde a'nın en küçük olmasını sağlayan  $b=2^1 \cdot 3^2=18$  seçilirse

$$a^4=2^3 \cdot 3^2 \cdot b=2^3 \cdot 3^2 \cdot 2^1 \cdot 3^2=2^{3+1} \cdot 3^{2+2}$$

$$a^4=2^4 \cdot 3^4 \text{ ve } a=2 \cdot 3=6 \text{ bulunur.}$$

O halde  $a+b=6+18=24$  dür.

**Cevap: 24**

**kavrama sorusu**

a ve b pozitif tam sayı,  $a^3=24.b$  olduğuna göre, **a + b toplamının alabileceği en küçük değeri bulunuz.**

**çözüm**

24 sayısını asal çarpanlara ayıralım.

|    |   |
|----|---|
| 24 | 2 |
| 12 | 2 |
| 6  | 2 |
| 3  | 3 |
| 1  |   |

$$24=2^3 \cdot 3$$

$a^3=24.b=2^3 \cdot 3 \cdot b$  eşitliğinde a'nın en küçük olmasını sağlayan  $b=2^0 \cdot 3^2=9$  seçilirse

$$a^3=2^3 \cdot 3 \cdot b=2^3 \cdot 3 \cdot 2^0 \cdot 3^2=2^{3+0} \cdot 3^{1+2}$$

$$a^3=2^3 \cdot 3^3 \text{ ve } a=2 \cdot 3=6 \text{ bulunur.}$$

O halde,  $a+b=6+9=15$  dir.

**Cevap: 15**

**kavrama sorusu**

a ve b doğal sayı  $a^2=120.(b-4)$  olduğuna göre, **a + b toplamının alabileceği en küçük değeri bulunuz.**

**çözüm**

a ve b doğal sayı olduğundan a'nın en küçük olmasını sağlayan  $b=4$  seçilirse

$$a^2=120.(b-4)=120(4-4)=120 \cdot 0=0$$

$$a^2=0 \text{ ve } a=0 \text{ bulunur.}$$

O halde  $a+b=0+4=4$

**Cevap: 4**



**soru 1**

a ve b pozitif tam sayı,  $a^3 = 12.b$  olduğuna göre, **a + b toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır?**

- A) 12      B) 18      C) 24      D) 30      E) 36

**soru 2**

a ve b pozitif tam sayı,  $a^4 = 108.b$  olduğuna göre, **a + b toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır?**

- A) 12      B) 18      C) 24      D) 30      E) 36

**soru 3**

a ve b pozitif tam sayı,  $a^3 = 135.b$  olduğuna göre, **a + b toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır?**

- A) 25      B) 30      C) 35      D) 40      E) 45

**soru 4**

a ve b pozitif tam sayı,  $a^4 = 48.b$  olduğuna göre, **a + b toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır?**

- A) 24      B) 27      C) 33      D) 36      E) 42

**soru 5**

a ve b pozitif tam sayı  $a^2 = 120.b$  olduğuna göre, **a + b toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır?**

- A) 120      B) 90      C) 75      D) 60      E) 45

**soru 6**

a ve b pozitif tam sayı,  $a^3 = 48.b^2$  olduğuna göre, **a + b toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır?**

- A) 42      B) 36      C) 30      D) 24      E) 18

**soru 7**

a ve b doğal sayı,  $a^2 = 6.b$  olduğuna göre, **a + b toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır?**

- A) 0      B) 6      C) 12      D) 18      E) 24

**soru 8**

a ve b doğal sayı,  $a^3 = 24.(b-3)$  olduğuna göre, **a + b toplamının alabileceği en küçük değer kaçtır?**

- A) 0      B) 3      C) 6      D) 12      E) 18





Herhangi bir A tam sayısını bölen (tam bölen) pozitif tam sayılara A sayısının pozitif bölenleri denir. Örneğin;

12 sayısının pozitif bölenleri,  
1 2 3 4 6 12 olmak üzere toplam 6 tanedir.

Sayı büyüdükçe pozitif bölenlerinin sayısını bulmak yukarıdaki yöntem ile güçtür. Bunun yerine sayı asal çarpanlarına ayrılır.

x, y, z asal sayılar olmak üzere,  $A = x^m \cdot y^n \cdot z^k$  olsun.

A sayısının pozitif bölen sayısı  $(m+1) \cdot (n+1) \cdot (k+1)$  dir.

A sayısını bölen sayıların negatifleride A sayısının böleni olduğundan, negatif bölen sayısı ile pozitif bölen sayısı eşittir.

Herhangi bir A sayısının tam bölen sayısı ise (hem pozitif hem negatif bölenler) pozitif bölen sayısının 2 katıdır.

#### kavrama sorusu

150 sayısının pozitif bölen sayısını, negatif bölen sayısını ve tam bölen sayısını bulunuz.

#### çözüm

150 sayısını asal çarpanlarına ayıralım.

$$\begin{array}{r|l} 150 & 2 \\ 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$150 = 2^1 \cdot 3^1 \cdot 5^2$$

$$\text{Pozitif bölen sayısı} = (1+1) \cdot (1+1) \cdot (2+1)$$

$$= 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$= 12 \text{ tanedir.}$$

$$\text{Pozitif bölen sayısı} = \text{Negatif bölen sayısı} = 12 \text{ dir.}$$

$$\text{Tam bölen sayısı} = 2 \times (\text{Pozitif bölen sayısı})$$

$$\text{Tam bölen sayısı} = 2 \cdot 12 = 24 \text{ tanedir.}$$

#### kavrama sorusu

$A = 2^m \cdot 3^3$  sayısının pozitif bölen sayısı 12 olduğuna göre, m kaçtır bulunuz.

#### çözüm

A sayısı asal çarpanlarına ayrılmış olarak verilmiştir.

$$A = 2^m \cdot 3^3$$

$$\text{Pozitif bölen sayısı} = (m+1) \cdot (3+1) = 12$$

$$(m+1) \cdot 4 = 12$$

$$m+1 = 3$$

$$m = 2$$

**Cevap: 2**

#### kavrama sorusu

$A = 2^2 \cdot 3^{m-1} \cdot 5$  sayısının tam bölen sayısı 36 olduğuna göre, m kaçtır, bulunuz.

#### çözüm

$$\text{Pozitif bölen sayısı} = \frac{\text{Tam Bölen Sayısı}}{2}$$

$$\text{Pozitif bölen sayısı} = \frac{36}{2} = 18$$

$$A = 2^2 \cdot 3^{m-1} \cdot 5^1 \text{ olduğundan,}$$

$$(2+1) \cdot (m-1+1) \cdot (1+1) = 18$$

$$3 \cdot m \cdot 2 = 18$$

$$m = 3$$

**Cevap: 3**



**soru 1**

120 sayısının pozitif bölen sayısı kaçtır?

- A) 8      B) 10      C) 12      D) 14      E) 16

**soru 2**

48 sayısının pozitif bölen sayısı kaçtır?

- A) 10      B) 12      C) 16      D) 18      E) 20

**soru 3**

450 sayısının negatif bölen sayısı kaçtır?

- A) 15      B) 18      C) 20      D) 24      E) 28

**soru 4**

A sayısının tam bölen sayısı x, pozitif tam bölen sayısı y ve  $x+y=18$  olduğuna göre, **x kaçtır?**

- A) 3      B) 6      C) 9      D) 12      E) 15

**soru 5**

$A=2^x \cdot 5^4$  sayısının pozitif bölen sayısı 30 olduğuna göre, **x kaçtır?**

- A) 3      B) 4      C) 5      D) 6      E) 7

**soru 6**

$x=2^3 \cdot 3^{x+1} \cdot 5$  sayısının negatif bölen sayısı 24 olduğuna göre, **x kaçtır?**

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

**soru 7**

$x=2^{(n-2)} \cdot 3 \cdot 7$  sayısının tam bölen sayısı 24 olduğuna göre, **x sayısı kaçtır?**

- A) 42      B) 63      C) 76      D) 80      E) 84

**soru 8**

$A=3^m \cdot 5^3$  sayısının tam bölen sayısı ile 270 sayısının pozitif bölen sayısı eşit olduğuna göre, **m kaçtır?**

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5



### kavrama sorusu

540 sayısının pozitif tek bölenlerinin sayısını bulunuz.



#### Uyarı

Bir sayının tek bölenleri bulunurken, bu sayının asal çarpanları içinde 2 varsa işleme dahil edilmez.

$$A = 2^m \cdot x^n \cdot y^k \text{ ise } A \text{ nın pozitif tek bölenlerinin sayısı } (n+1) \cdot (k+1)$$

### çözüm

540 sayısını asal çarpanlarına ayıralım.

|     |   |
|-----|---|
| 540 | 2 |
| 270 | 2 |
| 135 | 3 |
| 45  | 3 |
| 15  | 3 |
| 5   | 5 |
| 1   |   |

$$540 = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^1$$

Asal çarpanlar arasında bulunan 2 çift sayı olduğundan ve diğer sayılarla çarpıldığında sonucun hep çift sayı olacağından 2 çarpanını işleme dahil etmeyiz.

$3^3 \cdot 5^1$  ifadesinden,

$$(3+1) \cdot (1+1) = 4 \cdot 2 = 8 \text{ tane pozitif tek bölüni vardır. } \textbf{Cevap: 8}$$

### kavrama sorusu

84 sayısının pozitif çift bölenlerinin sayısını bulunuz.



#### Uyarı

Pozitif çift bölenler bulunurken pozitif bölüni sayısından pozitif tek bölenlerin sayısı çıkartılır.

$$\text{Pozitif Çift Bölün Sayısı} = \left( \text{Pozitif Bölün Sayısı} \right) - \left( \text{Pozitif Tek Bölün Sayısı} \right)$$

### çözüm

84 sayısını asal çarpanlarına ayıralım.

|    |   |
|----|---|
| 84 | 2 |
| 42 | 2 |
| 21 | 3 |
| 7  | 7 |
| 1  |   |

$$84 = 2^2 \cdot 3^1 \cdot 7^1$$

$$84 \text{ sayısının pozitif bölün sayısı} = (2+1) \cdot (1+1) \cdot (1+1) = 3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$$

84 sayısının pozitif tek bölenleri için  $2^2 \cdot 3^1 \cdot 7^1$  ifadesinden,

$$(1+1) \cdot (1+1) = 2 \cdot 2 = 4$$

$$84 \text{ sayısının pozitif çift bölenleri} = 12 - 4 = 8 \text{ tanedir. } \textbf{Cevap: 8}$$

### kavrama sorusu

2520 sayısının,

- asal bölün sayısını,
- asal olmayan bölenlerinin sayısını bulunuz.

### çözüm

2520 sayısını asal çarpanlarına ayırdığında,

$$2520 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \text{ elde edilir.}$$

- 2520 sayısının asal olan bölenleri aynı zamanda asal çarpanlardır.

$2520 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$  ifadesinden asal bölenlerinin 2, 3, 5 ve 7 olduğu görülür. Toplam 4 adet asal bölüni vardır.

- $2520 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$

Tam bölün sayısı =  $2 \times$  (Pozitif bölün sayısı)

$$= 2 \cdot ((3+1) \cdot (2+1) \cdot (1+1) \cdot (1+1))$$

$$= 2 \cdot (4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2)$$

$$= 96 \text{ tane}$$

Asal olmayan bölün sayısı = Tam bölün sayısı - Asal bölün sayısı

$$= 96 - 4 = 92 \text{ tane}$$

**Cevap: 92**



**soru 1**

90 sayısının pozitif tek bölen sayısı kaçtır?

- A) 3      B) 4      C) 5      D) 6      E) 8

**soru 5**

210 sayısının asal bölen sayısı kaçtır?

- A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      E) 6

**soru 2**

294 sayısının pozitif tek bölen sayısı kaçtır?

- A) 2      B) 4      C) 6      D) 8      E) 10

**soru 6**

735 sayısının asal bölen sayısı kaçtır?

- A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      E) 6

**soru 3**

120 sayısının pozitif çift bölen sayısı kaçtır?

- A) 12      B) 14      C) 16      D) 18      E) 20

**soru 7**

128 sayısının asal olmayan bölen sayısı kaçtır?

- A) 7      B) 8      C) 12      D) 14      E) 15

**soru 4**

144 sayısının çift bölen sayısı kaçtır?

- A) 16      B) 18      C) 20      D) 24      E) 26

**soru 8**

108 sayısının asal olmayan bölen sayısı kaçtır?

- A) 22      B) 20      C) 14      D) 12      E) 10



## Aralarında Asal Sayılar

1 den başka ortak pozitif böleni olmayan iki veya daha fazla pozitif tam sayıya aralarında asal sayılar denir.

### kavrama sorusu

Aşağıda verilen sayıların kaç tanesi aralarında asal sayıdır, bulunuz.

- |                |                  |
|----------------|------------------|
| I. 6 ile 35    | V. 25 ile 27     |
| II. 10 ile 27  | VI. 1 ile 72     |
| III. 12 ile 16 | VII. 8 ile 10    |
| IV. 12 ile 13  | VIII. 3, 5 ve 15 |

### çözüm

I, II, IV, V, VI ve VIII deki sayıların 1 den başka ortak pozitif böleni olmadığı için aralarında asaldır.

III de 12 ile 16 yı 1 dışında 2 ve 4 sayıları böldüğü için,

VII de 8 ile 10 u 1 dışında 2 böldüğü için aralarında asal değildir.

**Cevap: 6**

IV, V ve VI. daki sayı ikililerini incelediğimizde aşağıdaki sonuçlar ortaya çıkar.



### Uyarı

- 1) Ardışık iki pozitif tam sayı aralarında asaldır.
- 2) Ardışık iki pozitif tek tam sayı aralarında asaldır.
- 3) 1 ile bütün pozitif tam sayılar aralarında asaldır.

### kavrama sorusu

a ve b aralarında asal sayılar ve  $a.b=24$  olduğuna göre, **a+b toplamının alabileceği değerleri bulunuz.**

### çözüm

Çarpımları 24 ü veren sayıları bulalım.

$24=1.24$ ,  $24=2.12$ ,  $24=3.8$  ve  $24=4.6$  dir.

1 ile 24 ve 3 ile 8 sayıları aralarında asaldır. Fakat 2 ile 12 ve 4 ile 6 nın 1 in dışında ortak bölenleri 2 olduğundan aralarında asal değildir. O halde,

$a=1$ ,  $b=24$  için  $a+b=1+24=25$

$a=3$ ,  $b=8$  için  $a+b=3+8=11$

**Cevap: 25 veya 11**



### Uyarı

a ile b, x ile y aralarında asal ve  $\frac{x}{y} = \frac{a}{b}$  ise,  $x=a$  ve  $y=b$  dir.

### kavrama sorusu

x ve y aralarında asal sayılar  $\frac{x}{y} = \frac{36}{48}$  olduğuna göre, **x+y toplamı kaçtır bulunuz.**

### çözüm

$\frac{x}{y} = \frac{36}{48} = \frac{3}{4}$  ise  $\frac{x}{y} = \frac{3}{4}$

$x=3$  ve  $y=4$

$x+y=3+4=7$

**Cevap: 7**



**soru 1**

Aşağıdaki sayı ikililerinden hangisi aralarında asal değildir?

- A) (1, 20)    B) (5, 24)    C) (7, 8)    D) (9, 21)    E) (13, 15)

**soru 2**

Aşağıdaki sayı ikililerinden kaç tanesi aralarında asaldır?

- I. (4, 7)    IV. (12, 18)  
II. (1, 15)    V. (7, 9)  
III. (3, 9)    VI. (100, 101)

- A) 6    B) 5    C) 4    D) 3    E) 2

**soru 3**

Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) Ardışık iki pozitif tam sayı aralarında asaldır.  
B) Ardışık iki pozitif tek tam sayı aralarında asaldır.  
C) 1 ile bütün pozitif tam sayılar aralarında asaldır.  
D) İki asal sayı aralarında asaldır.  
E) Ardışık iki pozitif çift tam sayı aralarında asaldır.

**soru 4**

a ve b aralarında asal sayılar ve  $a+b=18$  olduğuna göre, **a.b** çarpımının alabileceği en büyük değer kaçtır?

- A) 81    B) 80    C) 77    D) 65    E) 17

**soru 5**

a ve b aralarında asal sayılar ve  $a.b=60$  olduğuna göre, **a+b** toplamının değeri aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) 16    B) 17    C) 19    D) 23    E) 61

**soru 6**

a ile b aralarında asal sayılar  $\frac{a}{b} = \frac{4}{7}$  olduğuna göre, **a+b** toplamı kaçtır?

- A) 7    B) 8    C) 9    D) 10    E) 11

**soru 7**

x ile y aralarında asal sayılar  $\frac{x}{y} = \frac{24}{28}$  olduğuna göre, **x+y** toplamı kaçtır?

- A) 11    B) 13    C) 18    D) 26    E) 52

**soru 8**

x ile y aralarında asal sayılar  $\frac{x}{y} = \frac{18}{20}$  olduğuna göre,  $\frac{y-x}{y}$  ifadesinin değeri kaçtır?

- A)  $\frac{1}{10}$     B)  $\frac{1}{9}$     C)  $\frac{1}{6}$     D)  $\frac{2}{3}$     E)  $\frac{2}{5}$



### kavrama sorusu

$(x-2)$  ile  $(y+5)$  aralarında asal sayılar ve  $\frac{x-2}{y+5} = \frac{36}{120}$  olduğuna göre,  **$x+y$  toplamı kaçtır, bulunuz.**

### çözüm

$$\frac{36}{120} = \frac{18}{60} = \frac{9}{30} = \frac{3}{10} \text{ olur.}$$

$$\frac{x-2}{y+5} = \frac{36}{120} = \frac{3}{10} \text{ için}$$

$x-2=3$  ve  $y+5=10$  {3 ile 10,  $(x-2)$  ile  $(y+5)$  aralarında asal olduğundan}

$$x=5 \quad y=5$$

O halde,  $x+y=5+5=10$

**Cevap: 10**

### kavrama sorusu

$x$  ile  $y$  aralarında asal,  $\frac{3x-2y}{x+y} = \frac{2}{5}$  olduğuna göre,  **$x+y$  toplamı kaçtır, bulunuz.**

### çözüm

$(3x-2y)$  ve  $(x+y)$  aralarında asaldır diye ifade olmadığı için  $3x-2y=2$  ve  $x+2y=5$  diyemeyiz. O halde, içler dışlar çarpımı yaparak  $x$  ile  $y$  arasındaki bağıntıyı bulalım.

$$\frac{3x-2y}{x+y} = \frac{2}{5} \text{ ise } 5(3x-2y)=2(x+y)$$

$$15x-10y=2x+2y$$

$$15x-2x=2y+10y$$

$$13x=12y$$

$$13x=12y \text{ ise } \frac{x}{y} = \frac{12}{13}$$

$x$  ve  $y$  aralarında asal olduğundan  $x=12$  ve  $y=13$

$$x+y=12+13=25$$

**Cevap: 25**

### kavrama sorusu

$x$  ve  $y$  doğal sayı,  $(x-2)$  ile  $(y+4)$  aralarında asal sayılar olmak üzere  $xy+4x-2y=20$  eşitliğini sağlayan  **$(x, y)$  ikililerini bulunuz.**

### çözüm

$xy+4x-2y=20$  eşitliğinde  $(x-2)$  ve  $(y+4)$  sayılarını ortak çarpan parantezine alarak elde edelim.

$$xy+4x-2y=x(y+4)-2y=8+12$$

$$x(y+4)-2y-8=12$$

$$x(y+4)-2(y+4)=12$$

$$(y+4)(x-2)=12$$

Çarpımları 12'yi veren aralarında asal sayılar 1 ile 12 ve 3 ile 4 dür.  $x$  ve  $y$  doğal sayı olduğundan

$$(y+4)(x-2)=12.1 \text{ için } y+4=12 \text{ ve } x-2=1$$

$$y=8 \quad x=3$$

$$(y+4)(x-2)=4.3 \text{ için } y+4=4 \text{ ve } x-2=3$$

$$y=0 \quad x=5$$

O halde  $(x, y)=(3, 8)$  veya  $(5, 0)$  dir.

**Cevap: (3, 8) veya (5, 0)**



**soru 1**

$(x+1)$  ile  $(y-3)$  aralarında asal sayılar ve  $\frac{x+1}{y-3} = \frac{42}{30}$  olduğuna göre,  **$x+y$  toplamı kaçtır?**

- A) 74      B) 38      C) 26      D) 24      E) 14

**soru 5**

$x$  ve  $y$  aralarında asal,  $\frac{3x+3y}{x-y} = 7$  olduğuna göre,  **$x+y$  toplamı kaçtır?**

- A) 5      B) 6      C) 7      D) 8      E) 9

**soru 2**

$(2x-3)$  ile  $(y+2)$  aralarında asal sayılar ve  $\frac{2x-3}{y+2} = \frac{72}{40}$  olduğuna göre,  **$x \cdot y$  çarpımı kaçtır?**

- A) 27      B) 18      C) 15      D) 9      E) 6

**soru 6**

$x$  ile  $y$  aralarında asal,  $\frac{2x+y}{3x-y} = \frac{6}{5}$  olduğuna göre,  **$x+y$  toplamı kaçtır?**

- A) 17      B) 19      C) 21      D) 23      E) 27

**soru 3**

$(x+7)$  ile  $(y+5)$  aralarında asal sayılar ve  $\frac{x+7}{32} = \frac{y+5}{80}$  olduğuna göre,  **$x+y$  toplamı kaçtır?**

- A) -5      B) -2      C) 2      D) 16      E) 44

**soru 7**

$x$  ile  $y$  aralarında asal,  $\frac{3x-y}{x+y} = \frac{5}{4}$  olduğuna göre,  **$x \cdot y$  çarpımı kaçtır?**

- A) 42      B) 49      C) 52      D) 56      E) 63

**soru 4**

$x$  ve  $y$  aralarında asal,  $\frac{x-y}{x+y} = \frac{1}{17}$  olduğuna göre,  **$x$  kaçtır?**

- A) 5      B) 6      C) 7      D) 8      E) 9

**soru 8**

$x$  ve  $y$  doğal sayı,  $(x-3)$  ile  $(y+5)$  aralarında asal ve  $xy+5x-3y=28$  olduğuna göre,  **$x+y$  toplamı kaçtır?**

- A) 12      B) 13      C) 14      D) 15      E) 16





## Faktöriyel

$n$  pozitif doğal sayı olmak üzere, 1 den  $n$ 'ye kadar olan doğal sayıların çarpımına " $n$ " sayısının faktöriyeli denir ve " $n!$ " biçiminde gösterilir.

$$n! = 1.2.3.4.....n$$

$$1! = 1$$

$$2! = 1.2$$

$$3! = 1.2.3$$

$$4! = 1.2.3.4$$

⋮

$$(n-1)! = 1.2.3.....(n-1)$$

$$n! = 1.2.3.....(n-1).n$$

Özel olarak,  $0! = 1$  dir.

### kavrama sorusu

5! ifadesinin değerini hesaplayınız.

### çözüm

$$5! = 1.2.3.4.5 = 120$$

**Cevap: 120**

### kavrama sorusu

6! sayısını 6 dan küçük doğal sayıların faktöriyelleri cinsinden ifade ediniz.

### çözüm

$$6! = \underbrace{1.2.3.4.5}_{5!}.6 = 6.5!$$

$$6! = \underbrace{1.2.3.4}_{4!}.5.6 = 6.5.4!$$

$$6! = \underbrace{1.2.3}_{3!}.4.5.6 = 6.5.4.3!$$

$$6! = \underbrace{1.2}_{2!}.3.4.5.6 = 6.5.4.3.2!$$

$$6! = 1.2.3.4.5.6$$

### kavrama sorusu

$\frac{6!}{4!}$  ifadesinin sonucunu bulunuz.

### çözüm

Faktöriyelli işlemlerle genelde, büyük olan faktöriyelli sayı, küçük olana çevrilerek sadeleştirme yapılır.

$$\frac{6!}{4!} = \frac{6.5.\cancel{4!}}{\cancel{4!}} = 6.5 = 30$$

**Cevap: 30**

### kavrama sorusu

$3!.x=5!$  olduğuna göre,  $x$  kaçtır, bulunuz.

### çözüm

$$3!.x=5!$$

$$x = \frac{5!}{3!} = \frac{5.4.\cancel{3!}}{\cancel{3!}} = 5.4 = 20$$

$$x = 20$$

**Cevap: 20**



**soru 1**

4! ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 12      B) 16      C) 18      D) 24      E) 30

**soru 5**

$\frac{6!}{3!}$  ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 105      B) 120      C) 125      D) 130      E) 144

**soru 2**

6! ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 120      B) 240      C) 360      D) 480      E) 720

**soru 6**

$\frac{8!}{5!}$  ifadesinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 336      B) 280      C) 224      D) 168      E) 154

**soru 3**

7! sayısı aşağıdakilerden hangisine eşit değildir?

- A) 7.6!      B) 7.6.5!      C) 7.6.5.4!      D) 7.8!      E) 7.6.5.4.3!

**soru 7**

5.4!.x=6! olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 5      B) 6      C) 7      D) 8      E) 9

**soru 4**

13! sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) 13.12.10!      B) 13.11!      C) 13.12.11!  
D) 13.10.9!      E) 13.10!

**soru 8**

$(x-1)! = \frac{4!}{4}$  olduğuna göre, x! kaçtır?

- A) 2      B) 4      C) 12      D) 24      E) 120

1 – D

2 – E

3 – D

4 – C

5 – B

6 – A

7 – B

8 – D



**kavrama sorusu**

$$\frac{8!+7!}{7!}$$

ifadesinin sonucunu bulunuz.

**çözüm**

İfadedeki küçük olan sayı 7! olduğundan 8! sayısını 7! cinsinden yazalım.

$$\frac{8 \cdot 7! + 7!}{7!} = \frac{7!(8+1)}{7!} = 8+1=9$$

**Cevap: 9**

**kavrama sorusu**

$$\frac{10!+9!}{10!-9!}$$

ifadesinin sonucunu bulunuz.

**çözüm**

10! sayısını 9! cinsinden yazalım.

$$\frac{10 \cdot 9! + 9!}{10 \cdot 9! - 9!} = \frac{9!(10+1)}{9!(10-1)} = \frac{11}{9}$$

**Cevap:  $\frac{11}{9}$**

**kavrama sorusu**

$$\frac{(n+1)!}{n!} = 7$$

olduğuna göre, **n kaçtır, bulunuz.**

**çözüm**

(n+1)! ifadesini n! cinsinden yazalım.

$$\frac{(n+1)!}{n!} = \frac{(n+1) \cdot n!}{n!} = n+1=7$$

$$n=6$$

**Cevap: 6**

**kavrama sorusu**

$$\frac{n!}{(n-2)!} \cdot \frac{(n-1)!}{(n+1)!} = \frac{3}{5}$$

olduğuna göre, **n kaçtır, bulunuz.**

**çözüm**

$$(n+1)! = (n+1) \cdot n!$$

$$(n-1)! = (n-1) \cdot (n-2)!$$

$$\frac{n!}{(n-2)!} \cdot \frac{(n-1)!}{(n+1)!} = \frac{n!}{(n-2)!} \cdot \frac{(n-1) \cdot (n-2)!}{(n+1) \cdot n!} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{n-1}{n+1} = \frac{3}{5}$$

$$5n-5=3n+3$$

$$2n=8$$

$$n=4$$

**Cevap: 4**



**soru 1**

$$\frac{6! + 5!}{5!}$$

ifadesinin sonucu kaçtır?

- A) 5      B) 6      C) 7      D) 8      E) 9

**soru 2**

$$\frac{10! - 9!}{8!}$$

ifadesinin sonucu kaçtır?

- A) 72      B) 81      C) 90      D) 96      E) 99

**soru 3**

$$\frac{5! + 4!}{5! - 4!}$$

ifadesinin sonucu kaçtır?

- A)  $\frac{2}{3}$       B)  $\frac{1}{3}$       C)  $\frac{1}{2}$       D)  $\frac{3}{2}$       E)  $\frac{5}{2}$

**soru 4**

$$\frac{11 \cdot 10! + 9!}{10! - 9 \cdot 8!}$$

ifadesinin sonucu kaçtır?

- A)  $\frac{37}{3}$       B)  $\frac{35}{3}$       C)  $\frac{29}{3}$       D)  $\frac{27}{2}$       E)  $\frac{25}{2}$

**soru 5**

$$\frac{(n-1)!}{(n-2)!} = 6$$

olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 3      B) 4      C) 5      D) 6      E) 7

**soru 6**

$$\frac{(2n+1)!}{(2n)!} = 11$$

olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 4      B) 5      C) 6      D) 7      E) 8

**soru 7**

$$\frac{(n+1)!}{(n-2)!} \cdot \frac{(n-3)!}{n!} = \frac{8}{5}$$

olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 5      B) 6      C) 7      D) 8      E) 9

**soru 8**

$$\frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2)!}{(2n)!} \cdot \frac{(2n-1)!}{(n-1)!}$$

ifadesinin sonucu kaçtır?

- A)  $\frac{1}{2}$       B)  $\frac{1}{3}$       C)  $\frac{2}{3}$       D)  $\frac{3}{4}$       E)  $\frac{5}{6}$



**$n!$**  sayısının içerisinde  **$a$**  asal bir sayı olmak üzere, kaç tane  **$a$**  çarpanı olduğunu bulmak için aşağıdaki adımlar izlenir;

1.  $n$  sayısı  $a$  sayısına bölünür.
2. Elde edilen bölüm tekrar  $a$  sayısına bölünür.
3. Bu işlem bölümler  $a$  sayısına bölünemeyecek hale gelinceye kadar devam eder.
4. Yapılan tüm bölme işlemlerindeki bölümler toplanır.

## kavrama sorusu

**21! sayısının içinde kaç tane 2 çarpanı olduğunu bulunuz.**



## Açıklama

21!=1.2.3.....20.21 olduğundan içindeki 2 çarpanlarını ifadeyi yazarak bulmamız çok zordur. Bu yüzden, çözüm için yukarıda verdiğimiz adımları uygulamalısınız.

### çözüm

21 sayısını bölüm 2 den küçük olana kadar 2 ile bölelim.

$$\begin{array}{r}
 21 \overline{) 2} \\
 - 20 \phantom{0} \\
 \hline
 1 \phantom{0} \overline{) 2} \\
 - 10 \phantom{0} \\
 \hline
 0 \phantom{0} \overline{) 2} \\
 - 4 \phantom{0} \\
 \hline
 1 \phantom{0} \overline{) 2} \\
 - 2 \phantom{0} \\
 \hline
 1 \phantom{0} \overline{) 2} \\
 - 2 \phantom{0} \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

$$10+5+2+1=18$$

21! sayısının içinde 18 tane 2 çarpanı vardır.

**Cevap: 18**

## kavrama sorusu

$m$  ve  $n$  sayma sayıları olmak üzere,

$$19! = 3^n \cdot m$$

olduğuna göre, n sayma sayısının alabileceği en büyük değeri bulunuz.

**çözüm**

$$19! = 3^n \cdot m \text{ ise}$$

$$m = \frac{19!}{3^n} \text{ dir.}$$

m nin sayma sayısı olması için "n" en fazla 19! sayısının içeri-  
sindeki 3 çarpanının adedi kadar olabilir.

$$\begin{array}{r} 19 \phantom{0} | 3 \\ - 18 \phantom{0} | 3 \\ \hline 1 \phantom{0} | 2 \\ - 6 \phantom{0} | 2 \\ \hline 0 \phantom{0} | 0 \end{array}$$

**6+2=8** tane 3 çarpanı olduğundan "n" nin en büyük değeri 8 dir.

**Cevap: 8**

## kavrama sorusu

$x$  ve  $y$  doğal sayılar,

$$25! = 6^x \cdot y$$

olduğuna göre,  $x$  sayısının en büyük değerini bulunuz.



## Açıklama

6 asal sayı olmadığı için asal çarpanlarından (3 ve 2) büyük olanını kullanarak soruyu çözmeliyiz.

**çözüm**

6 asal sayı olmadığından  $6=2.3$  biçiminde yazarız. 6 yı oluşturan sayılar 2 ve 3 çarpanlarıdır ancak 3 çarpanı 2 den büyük olduğu için 25! sayısının içinde daha az sayıda bulunur. Buda demektir ki ne kadar 3 varsa o kadar 6 oluşur.

Bu yüzden 6 çarpanını bulmak için 3 çarpanının sayısına bakmamız yeterlidir.

$$\begin{array}{r} 25 \overline{) 3} \\ - 24 \\ \hline 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \overline{) 8} \\ - 6 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$8+2=10$$

10 tane 3 çarpanı var dolayısıyla 10 tane de 6 çarpanı vardır.

x en fazla 10 dur.

**Cevap: 10**



**soru 1**

13! sayısının içinde kaç tane 2 çarpanı vardır?

- A) 9      B) 10      C) 11      D) 12      E) 13

**soru 2**

41! sayısının içinde kaç tane 5 çarpanı vardır?

- A) 6      B) 7      C) 8      D) 9      E) 10

**soru 3**

52! sayısının içinde kaç tane 7 çarpanı vardır?

- A) 4      B) 5      C) 6      D) 7      E) 8

**soru 4**

a ve b doğal sayılar,

$$16! = 2^a \cdot b$$

olduğuna göre, a **en çok** kaçtır?

- A) 11      B) 12      C) 13      D) 14      E) 15

**soru 5**

x ve y pozitif tam sayılar,

$$27! = 5^x \cdot y$$

olduğuna göre, x **en çok** kaçtır?

- A) 6      B) 7      C) 8      D) 9      E) 10

**soru 6**

m ve n pozitif tam sayılar,

$$36! = 6^m \cdot n$$

olduğuna göre, m **en çok** kaçtır?

- A) 15      B) 16      C) 17      D) 18      E) 19

**soru 7**

x ve y doğal sayılar,

$$32! = 10^x \cdot y$$

olduğuna göre, x **en çok** kaçtır?

- A) 4      B) 5      C) 6      D) 7      E) 8

**soru 8**

m ve n doğal sayılar,

$$\frac{43!}{15^m} = n$$

olduğuna göre, m **en çok** kaçtır?

- A) 7      B) 8      C) 9      D) 10      E) 11



### kavrama sorusu

m, n ve k pozitif tam sayılar,

$$22! = 2^m \cdot 3^n \cdot k$$

olduğuna göre, **m+n toplamının en büyük değerini bulunuz.**

### çözüm

$$22! = 2^m \cdot 3^n \cdot k \text{ ise}$$

$$k = \frac{22!}{2^m \cdot 3^n}$$

m+n toplamının en büyük değerini bulmak için 22! sayısı içerisindeki 2 çarpanı sayısını ve 3 çarpanı sayısını ayrı ayrı bulmamız gereklidir.

$$\begin{array}{r} 22 \quad 2 \\ - 22 \quad 11 \quad 2 \\ \hline 0 \quad 10 \quad 5 \quad 2 \\ 1 \quad 4 \quad 2 \quad 2 \\ 1 \quad 2 \quad 1 \quad 1 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 22 \quad 3 \\ - 21 \quad 7 \quad 3 \\ \hline 1 \quad 6 \quad 2 \\ 1 \end{array}$$

$$m = 11 + 5 + 2 + 1 = 19$$

$$n = 7 + 2 = 9$$

$$m+n = 19+9=28 \text{ en büyük değeridir.}$$

**Cevap: 28**

### kavrama sorusu

m ve n pozitif tam sayılar,

$$33! = 8^m \cdot n$$

olduğuna göre, **m sayısının en büyük değerini bulunuz.**

### çözüm

8 asal sayı değildir bu yüzden  $8=2^3$  biçiminde yazarız.

$$33! = (2^3)^m \cdot n$$

33! sayısının içerisindeki 2 çarpanının sayısını buluruz.

$$\begin{array}{r} 33 \quad 2 \\ - 32 \quad 16 \quad 2 \\ \hline 1 \quad 16 \quad 8 \quad 2 \\ 0 \quad 8 \quad 4 \quad 2 \\ 0 \quad 4 \quad 2 \quad 2 \\ 0 \quad 2 \quad 1 \quad 1 \\ \hline 0 \end{array}$$

$16+8+4+2+1=31$  tane 2 çarpanı vardır ancak 8 sayısı üç tane 2 çarpanından oluştuğundan,

$$\begin{array}{r} 31 \quad 3 \\ - 30 \quad 10 \\ \hline 1 \end{array}$$

10 tane 8 çarpanı vardır.

$$m=10 \text{ en büyük değeridir.}$$

**Cevap: 10**

### kavrama sorusu

a ve b pozitif tam sayılar,

$$29! = 12^a \cdot b$$

olduğuna göre, **a sayısının en büyük değerini bulunuz.**

### çözüm

12 asal sayı değildir bu yüzden

$$12=3 \cdot 2^2 \text{ biçiminde yazılır.}$$

$2^2 > 3$  olduğundan 29! içerisindeki  $2^2=4$  çarpanının sayısını bulduğumuzda kaç tane 12 çarpanı olduğunda bulmuş oluruz.

$$\begin{array}{r} 30 \quad 2 \\ - 30 \quad 15 \quad 2 \\ \hline 0 \quad 15 \quad 7 \quad 2 \\ 0 \quad 6 \quad 3 \quad 2 \\ 1 \quad 2 \quad 1 \quad 1 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$15+7+3+1=26 \text{ tane 2 çarpanı var.}$$

$$\begin{array}{r} 26 \quad 2 \\ - 26 \quad 13 \\ \hline 0 \end{array} \rightarrow 13 \text{ tane 4 çarpanı var.}$$

13 tane 4 çarpanı olduğundan a en büyük 13 tür. **Cevap: 13**



**soru 1**

a, b ve c pozitif tam sayılar,

$$18! = 2^a \cdot 5^b \cdot c$$

olduğuna göre, **a + b toplamı en çok kaçtır?**

- A) 19      B) 20      C) 21      D) 22      E) 23

**soru 2**

a, b ve c pozitif tam sayılar,

$$13! = 3^a \cdot 5^b \cdot c$$

olduğuna göre, **a + b toplamı en çok kaçtır?**

- A) 4      B) 5      C) 6      D) 7      E) 8

**soru 3**

x, y, z ve t pozitif tam sayılar,

$$20! = 2^x \cdot 3^y \cdot 5^z \cdot t$$

olduğuna göre, **x + y + z toplamı en çok kaçtır?**

- A) 26      B) 28      C) 30      D) 32      E) 34

**soru 4**

a, ve b pozitif tam sayılar,

$$15! = 4^a \cdot b$$

olduğuna göre, **a sayısı en çok kaçtır?**

- A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      E) 6

**soru 5**

a ve b pozitif tam sayılar,

$$25! = 27^a \cdot b$$

olduğuna göre, **a sayısı en çok kaçtır?**

- A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      E) 6

**soru 6**

m ve n pozitif tam sayılar,

$$16! = 16^m \cdot n$$

olduğuna göre, **m sayısı en çok kaçtır?**

- A) 3      B) 4      C) 5      D) 6      E) 7

**soru 7**

x ve y pozitif tam sayılar,

$$14! = 18^x \cdot y$$

olduğuna göre, **x sayısı en çok kaçtır?**

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

**soru 8**

m, ve n pozitif tam sayılar,

$$22! = 24^m \cdot n$$

olduğuna göre, **m sayısı en çok kaçtır?**

- A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      E) 6





**kavrama sorusu**

72! sayısının 17 ile bölümünden kalanı bulunuz.

**çözüm**

$72! = 1.2.3.....16.17.18.....71.72$  olduğundan içinde 17 çarpanı vardır.

Bundan dolayı 72! sayısı 17 ye tam bölünür.

Kalan 0 dir.

**Cevap: 0**

**kavrama sorusu**

43! sayısının sondan kaç basamağı sıfırdır, bulunuz.

**çözüm**

43! sayısının içerisindeki 10 çarpanlarının bulunması sayının sonundaki sıfır sayısını verir.

$10=2.5$  ve  $5>2$  olduğundan 43! içerisindeki 5 çarpanlarını bulmalıyız.

$$\begin{array}{r} 43 \quad | \quad 5 \\ - 40 \quad | \quad 5 \\ \hline 3 \quad | \quad 5 \\ \hline 3 \end{array}$$

$8+1=9$  tane 5 çarpanı var, dolayısıyla 43! sayısının sondan 9 basamağı sıfırdır.

**Cevap: 9**

**kavrama sorusu**

$13! + 14!$  toplamının sondan kaç basamağı sıfırdır, bulunuz.

**çözüm**

$13! + 14! = 13! + 14.13! = 13!(1+14)$

$= 13!15$  elde edilir.

$$\begin{array}{r} 13 \quad | \quad 5 \\ - 10 \quad | \quad 5 \\ \hline 3 \end{array}$$

$13!15$  ifadesinde 13! içerisinde 2 tane 5 çarpanı, 15 sayısının içerisinde 1 tane 5 çarpanı olduğundan toplam 3 tane 5 çarpanı vardır.

$13! + 14!$  sondan 3 basamağı sıfırdır.

**Cevap: 3**

**kavrama sorusu**

$20!.21!$  çarpımının sondan kaç basamağı sıfırdır, bulunuz.

**çözüm**

20! ve 21! sayılarındaki 5 çarpanlarının sayısını bulalım.

$$\begin{array}{r} 20 \quad | \quad 5 \\ - 20 \quad | \quad 5 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 21 \quad | \quad 5 \\ - 20 \quad | \quad 5 \\ \hline 1 \end{array}$$

20! sayısının sondan 4 basamağı,

21! sayısının sondan 4 basamağı sıfır olduğundan,  $20!.21!$  çarpımının sondan 8 basamağı sıfır olur.

**Cevap: 8**



**soru 1**

15! sayısı aşağıdakilerden hangisine tam bölünür?

- A) 17      B) 18      C) 19      D) 23      E) 29

**soru 5**

49! + 48! toplamının sondan kaç basamağı sıfırdır?

- A) 9      B) 10      C) 11      D) 12      E) 13

**soru 2**

7! sayısı aşağıdakilerden hangisine tam bölünmez?

- A) 35      B) 28      C) 21      D) 18      E) 11

**soru 6**

54! + 53! toplamının sondan kaç basamağı sıfırdır?

- A) 11      B) 12      C) 13      D) 14      E) 15

**soru 3**

36! sayısının sondan kaç basamağı sıfırdır?

- A) 6      B) 7      C) 8      D) 9      E) 10

**soru 7**

10! . 9! çarpımının sondan kaç basamağı sıfırdır?

- A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      E) 6

**soru 4**

56! sayısının sondan kaç basamağı sıfırdır?

- A) 13      B) 14      C) 15      D) 16      E) 17

**soru 8**

6! . 7! + 10! . 12! ifadesinin sondan kaç basamağı sıfırdır?

- A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      E) 6

1 – B

2 – E

3 – C

4 – A

5 – D

6 – C

7 – B

8 – A